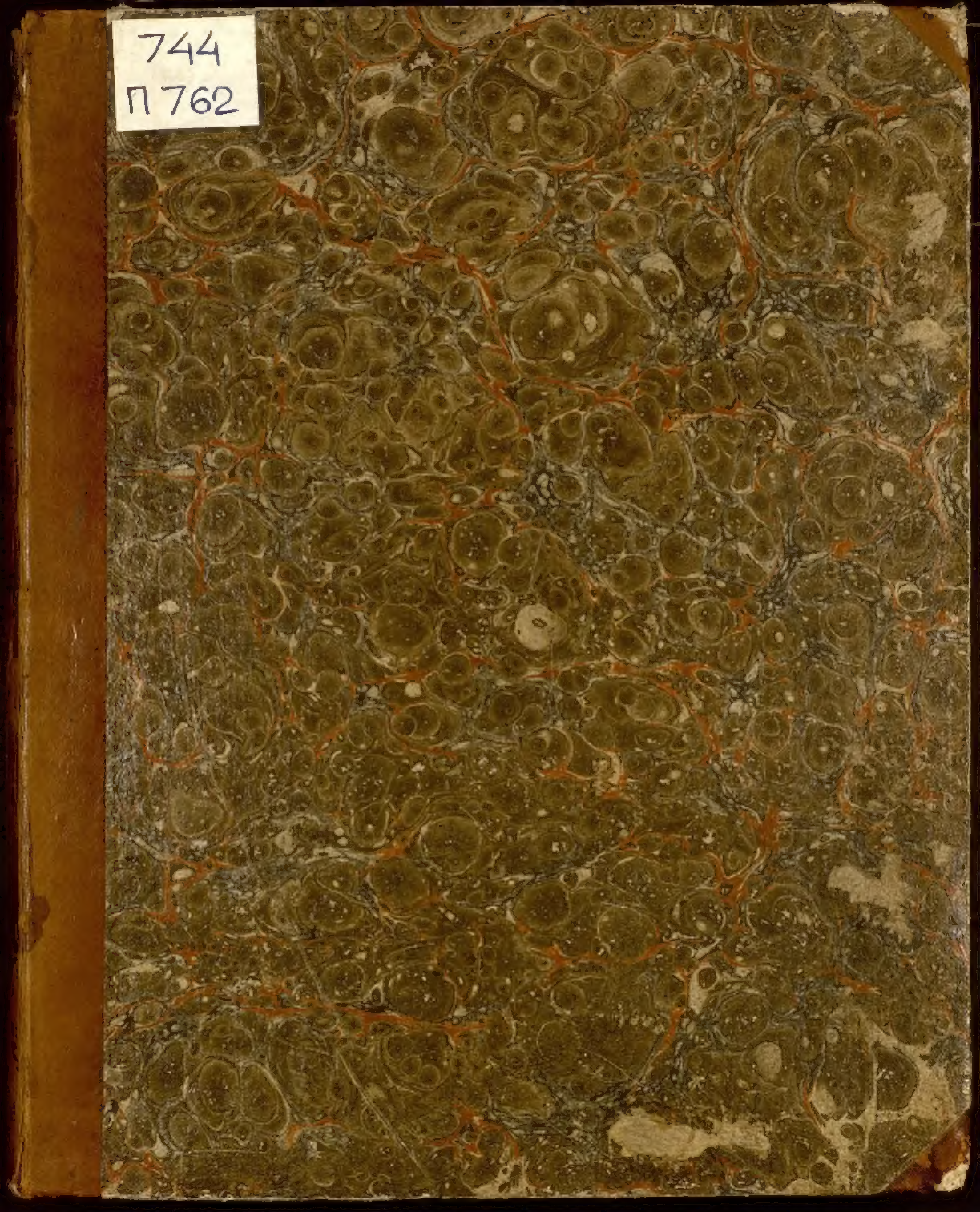


ПРИЛОЖЕНІЕ

НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРІИ

КЪ РИСОВАНІЮ.

ПЕРЕВОДЫ и СОЧИНЕНІЯ Я. А. СЕВАСТЬЯНОВА.

1) *Основанія Начертательной Геометріи*, соч. Г. Потье.
   In 8°, 119 стран. съ 2 листами чертежей, 1816, въ Типографіи Императорской Академіи Наукъ.

2) *Приложеніе Начертательной Геометріи къ Рисованію*, соч. Г. Потье.
   In 8°, 90 стран. съ 1 лист. чертеж., 1818, въ Типографіи Императорской Академіи Наукъ.

3) *Начальныя Основанія Разрѣзки камней*, соч. Г. Потье.
   In folio. 77 стран. съ 8 листами чертежей. Издано съ Франц. оригиналомъ, 1818, въ Типографіи Плюшара.

4) *Начальныя Основанія Аналитической Геометріи.*
   In 8°, 292 стран. съ 4 листами фигуръ. 1819. Изданы Императорскою Академіею Наукъ.

5) *Основанія Начертательной Геометріи.*
   In 4° 186 стран. съ XII листами фигуръ и чертежей. 1821, въ Типографіи Главнаго Штаба ЕГО ИМПЕРАТОРСКАГО ВЕЛИЧЕСТВА.

6) *Приложеніе Начертательной Геометріи къ Рисованію.*
   In 4°. 152 стран. съ 20 листами фигуръ и чертежей, изданныхъ въ особенной книжкѣ. 1830, въ Типографіи Главнаго Управленія путей сообщенія.

ПРИЛОЖЕНІЕ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРІИ КЪ РИСОВАНІЮ.

ТЕОРІЯ ТѢНЕЙ, ЛИНЕЙНАЯ ПЕРСПЕКТИВА, ОПТИЧЕСКІЯ ИЗОБРАЖЕНІЯ.

....

.... dans un cours spécialement consacré à la Géometrie Déscriptive proprément dite, il est naturel de prendre pour premier objet d'application la théorie des ombres, qui doit être regardée comme le complément de cette science.

....

Extrait des leçons inédites de Monge, par M. Brisson.

Изданное

Я. А. СЕВАСТЬЯНОВЫМЪ,

Корпуса Инженеровъ путей сообщенія Полковникомъ и Кавалеромъ.

Чертежи въ особенной книжкѣ, состоящей изъ двадцати листовъ.

С. ПЕТЕРБУРГЪ.

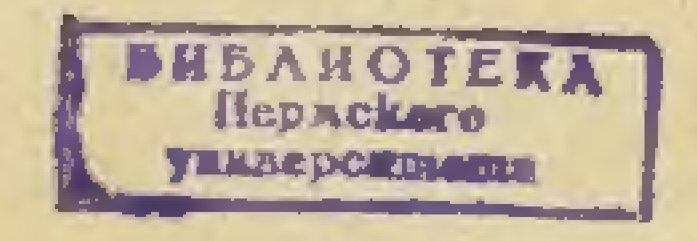
Въ Типографіи Главнаго Управленія путей сообщенія.

1830.

Печатать позволяется:

Съ тѣмъ, чтобы по отпечатаніи представлены были въ С. Петербургскій Цензурный Комитетъ три экземпляра. С. Петербургъ, 13 Декабря 1830 года.

Ценсоръ *Николай Щегловъ.*



КЪ ЧИТАТЕЛЯМЪ.

Приложеніе Начертательной Геометріи къ Рисованію составляетъ вторую часть курса, котораго первая часть издана мною въ 1821 году, и введена во многія Учебныя Заведенія. Не зависѣвшими отъ меня обстоятельствами я былъ отвлеченъ отъ классическихъ занятій, и къ сожалѣнію въ теченіи сихъ девяти лѣтъ ученая словесность наша не пріобрѣла ни одного сочиненія по части Начертательной Геометріи. Уже въ 1829 году получено мною начало сочиненія Г. Румбовича о Начертательной Геометріи, издаваемаго на Польскомъ языкѣ, для употребленія въ Виленскомъ Университетѣ (*). Предъ симъ временемъ нѣсколько страницъ напечатано было о сей наукѣ въ курсѣ Беллавеня. Издатели сихъ книгъ заслуживаютъ благодарность всѣхъ тѣхъ, которые чувствуютъ въ полной мѣрѣ, какъ должны быть обдуманы и первоначальныя наставленія юношеству, дабы сей первый отпечатокъ просвѣщенія на незрѣлыя ихъ умственныя силы способствовалъ къ развитію оныхъ. По моему мнѣнію преподаваніе точныхъ наукъ, которыхъ основанія необходимы для всѣхъ сословій, не терпитъ посредственности, и никогда не позволяетъ удаляться отъ истиннаго духа сихъ наукъ, по коему разсматриваются предметы не иначе, какъ съ постиженіемъ причинъ; рабское послушаніе учителю, по которому все должно почитаться истиною, что имъ говорится, не можетъ имѣть мѣста. Правда, доводы различествуютъ по мѣрѣ цѣли, предположенной въ преподаваніи; но они должны необходимо предшествовать всякому впечатлѣнію на память, иначе благороднѣйшая должность развивать врожденныя дарованія обратится въ жестокое занятіе,—подавлять ихъ. Къ щастію, лучшіе способы преподаванія точныхъ наукъ разпространяются примѣтно въ любезномъ нашемъ отечествѣ, столь богатомъ дарованіями, и, къ сожалѣнію,

(*) Начертательная Геометрія, или описаніе изображеній въ проэкціи и въ перспективѣ, съ приложеніемъ способовъ опредѣлять тѣни и постепенность свѣта, какъ въ проэкціи, такъ и въ перспективѣ (съ 36 табл. чертежей и 1 табл. фиг.) Вильна. 1829. *(Введеніе и Глава 1)*.

столь отставшемъ отъ другихъ просвѣщенныхъ народовъ въ ученой Словесности. Сіи новѣйшіе способы преподаванія, и въ особенности способъ проэкцій, возрожденные во Франціи, столь владычествующей въ области наукъ, Институтомъ Инженеровъ путей сообщенія переданы Инженерному и Артиллерійскому Училищамъ, и Морскому Кадетскому Корпусу. Университеты Санктпетербургской, Московской и Виленской ввели также Начертательную Геометрію въ ихъ учебныя системы. Съ прочнымъ удовольствіемъ любуюсь я на сіе распространеніе полезной науки, которой отечественная словесность составляетъ плоды моихъ трудовъ начатыхъ на девятнадцатомъ году возраста скромнымъ переводомъ Основаній Начертательной Геометріи Г. Потье. Постигая въ полной мѣрѣ пользу, которую принесетъ со временемъ общее преподаваніе сей науки, также разнообразной въ ея приложеніяхъ какъ безчисленна природа въ ея формахъ, не токмо не жалѣю, но какъ о благороднѣйшемъ подвигѣ помышляю о трудахъ, унесшихъ съ собою часть моего здоровья. Обратимся къ книгѣ.

При начертаніи Приложенія къ Рисованію я пользовался лекціями знаменитаго Монжа, помѣщенными Г Бриссономъ въ IV изданіи Начертательной Геометріи сего ученаго, сочиненіями Гг. Потье, Валле, Гашетта и Лавита (*). Имѣя въ виду физическія

(*) *Géometrie Déscriptive, par G. Monge*, quatrième édition, augmentée d'une théorie des ombres et de la perspective, extraite des papiers de l'auteur par. M. Brisson, Ancien élève de l'Ecole Polytechnique, Ingénieur en chef des ponts et chaussées. 1820.

Traité de la Science du dessin, par L. Vallée, Ancien élève de l'école Polytechnique, Ingénieur du Corps royal des ponts et chaussées. 1821.

Traité de Géometrie Déscriptive par M. Hachette. Ancien Proféssеur de l'école polytechnique. (comprend les applications de cette Géometrie aux ombres, à la perspective, et à la stéréotomie). 1822.

Traité de Perspective, par J.B.O. Lavite, Professeur à l'Athénée de Paris. En 2 Volumes. An. XII.

Application de la Géometrie Déscriptive à l'art du dessin. Par. M. Potier (Издано мною на отечественномъ языкѣ въ 1818 году).

причины, почерпаемыя въ изученіи теоріи свѣта и дѣйствій производимыхъ оными на тѣла, въ дополненіяхъ я старался передать читателямъ сіи причины геометрическихъ построеній, и прибавочные способы опредѣлять всѣ послѣдствія освѣщенія тѣлъ. Такимъ образомъ, не выходя изъ предѣловъ предписанныхъ елементамъ, читатель вводится въ систематически расположенной кабинетъ освѣщенныхъ предметовъ, подлежащихъ измѣренію, наиболѣе употребительныхъ въ искуствахъ, который въ неизмѣримомъ пространствѣ представляется самою природою, разсматриваніемъ оной предлагающею способы повѣрять начала, на которыхъ основана наука Тѣней и Перспективы. Хотя Воздушная Перспектива входитъ также въ составъ Рисованія, но имѣя въ виду не увеличить чрезмѣрно издаваемой книги, и то, что изученіе сей отрасли составляетъ занятіе другаго класса въ Институтѣ путей сообщенія, я помѣщу оную въ третію часть курса, которая будетъ заключать, кромѣ Воздушной Перспективы, Проэкцію картъ и Гномонику. Изданіе полнаго курса Начертательной Геометріи и ея приложеній къ Рисованію и къ Инженерному Искуству, по необработанію нѣкоторыхъ частей и на родномъ сей наукѣ, языкѣ Французскомъ, и по разнообразію предметовъ конечно потребуетъ неутомимыхъ занятій, огромныхъ трудовъ, и большихъ издержекъ при изданіи чертежей, но я ласкаюсь надеждою, что, по любви къ отечеству, ревность моя увеличится по мѣрѣ препятствій, и что, при томъ, не останусь безъ покровительства моего Начальства и безъ пособія просвѣщенныхъ моихъ соотечественниковъ. Въ общемъ прибавленіи къ книгѣ я изложилъ практическіе пріемы, необходимые для успѣшнаго построенія вспомогательныхъ кривыхъ, отъ котораго зависитъ степень точности, при разрѣшеніи вопросовъ, по выраженію Монжа: Les arts graphiques ont des méthodes générales, avec les quelles on ne peut se familiariser que par l'usage de la régle et du compas.

Успѣхи наши въ промышленности должны также подкрѣпиться распространеніемъ способа проэкцій. Свидѣтельства Мон-

жа и Барона Дюпена кажется достаточны, чтобъ почувствовать сiю истину (*).

Высокiе порывы Вѣнценоснаго Покровителя Просвѣщенiя, Котораго пламенная дѣятельность непрестанно напоминаетъ о Безсмертномъ Преобразователѣ Россiи, да оживятъ истинныхъ сыновъ отечества къ подвигамъ многотруднымъ, направленнымъ къ единой высокой цѣли: возвысить отечественное владычество въ области наукъ соотвѣтственно тому могуществу оружiя, которымъ грозна Россiя на чредѣ Государствъ просвѣщенныхъ!

(*) ..... c'est principalement parce que les méthodes de cet art ont été jusqu'ici trop peu répandues, ou même presque entièrement négligées, que les progrés de notre industrie ont été si lents. *Programme. Géometrie Déscriptive*, *par G. Monge.*

.... Il faut que ce genre de dessin se répande successivement dans tous les ateliers. *Géometrie et Méchanique des Arts et Métiers et des Beaux-arts*, par le Baron Charles Dupin. Pag. 48. Tome. 1,

СОДЕРЖАНІЕ.

Книга первая.

О ТЕОРІИ ТѢНЕЙ.

Параграфы. Стран.

III. *Объ освѣщенiи тѣлъ свѣтящеюся точкою.*

IV. *Объ освѣщенiи тѣлъ ограниченныхъ многими поверхностями въ случаѣ солнечнаго свѣта, или свѣтящейся точки.*

Книга вторая.

О ТЕОРІИ БЛЕСТЯЩИХЪ ТОЧЕКЪ ВЪ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ВОЗВЫШЕНІЯХЪ.

I. *Опредѣленія и первоначальные вопросы.*

II. *О блестящихъ точкахъ въ случаѣ солнечнаго свѣта.*

III. *О блестящихъ точкахъ въ случаѣ свѣтящейся точки.*

ДОПОЛНЕНІЕ КЪ КНИГАМЪ: ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ.

I. *Объ обстоятельствахъ освѣщенія тѣлъ, когда свѣтящіяся тѣла имѣютъ конечныя измѣренія.*

Книга четвертая.

О ТЕОРІИ БЛЕСТЯЩИХЪ ТОЧЕКЪ ВЪ ПЕРСПЕКТИВѢ.

ДОПОЛНЕНІЕ КЪ КНИГАМЪ ТРЕТЬЕЙ И ЧЕТВЕРТОЙ.

I. *О Перспективѣ на какой ни есть поверхности; о Панорамахъ и Театральныхъ декораціяхъ.*

II. *О построеніи блестящихъ изображеній.*

ПРИЛОЖЕНІЕ
НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРІИ
КЪ РИСОВАНІЮ.

Книга I.

О ТЕОРІИ ТѢНЕЙ.

I. *Опредѣленія и общія понятія.*

1) Начертательная Геометрія, въ приложеніи ея къ Теоріи Тѣней, показываетъ способы, посредствомъ метода проэкцій, опредѣлять послѣдствія дѣйствія свѣта на тѣла, и помощію сего опредѣленія представлять различныя образованія сихъ тѣлъ относительно ко всѣмъ ихъ точкамъ.

2) Свѣтъ есть вещество, которое, дѣйствіемъ на нашъ глазъ, способствуетъ къ усматриванію окруженныхъ имъ тѣлъ. Свѣтъ дѣйствуетъ по прямой линіи; сія прямая, показывающая направленіе свѣта, называется *лучемъ*. Свѣтъ, при прикосновеніи къ тѣлу, принимаетъ особенное отъ первобытнаго движеніе, по прямой линіи; въ случаѣ непрозрачныхъ тѣлъ онъ отражается отъ ихъ поверхности, и по тому при разсматриваніи тѣла, относительно къ дѣйствію на оное свѣта, свѣтъ можетъ быть раздѣленъ на два рода: на свѣтъ *падающій* и на свѣтъ *отраженный*. Изъ сего усматриваемъ, за положительное дѣйствіе свѣта принявъ дѣйствіе падающаго свѣта, а за отрицательное принявъ дѣйствіе отраженнаго свѣта, что и лучъ долженъ по сему имѣть два наименованія. Лучемъ *падающимъ* называется лучъ положительнаго, или падающаго, или прямодѣйствующаго свѣта, а лучемъ *отраженнымъ* называется лучъ отрицательнаго, или отраженнаго, или непрямодѣйствующаго свѣта. Точка тѣла подверженная дѣйствію свѣта называется точкою *паденія* (*).

(*) Мы разсматриваемъ тѣла непрозрачныя; а потомъ уже, говоря о тѣлахъ прозрачныхъ, покажемъ измѣненіе въ изложенномъ нами.

3) При разсматриваніи освѣщенной точки какого ни есть тѣла представляются три прямыя: лучъ падающій, нормальная въ точкѣ паденія, какъ прямая узаконенная кривизнѣ тѣла въ сей точкѣ, и лучъ отраженный. Сопряженіе сихъ линій таково, что по двумъ изъ сихъ данныхъ опредѣляется третія. Сіе сопряженіе находится въ той же плоскости, которая называется *плоскостію отраженія*, и представляетъ два угла, въ точкѣ паденія: уголъ составленный лучемъ падающимъ съ нормальною въ сей точкѣ къ тѣлу, и уголъ составленный лучемъ отраженнымъ съ тою же нормальною. Первый изъ сихъ угловъ называется угломъ падающаго свѣта, или *угломъ паденія*, а другой — угломъ отраженнаго свѣта, или *угломъ отраженія*. Законъ сего сопряженія состоитъ въ томъ, что *уголъ паденія равенъ углу отраженія*.

4) Тѣла, по способности ихъ освѣщать, раздѣляются на два рода: одни издаютъ свѣтъ по веществу своему, такъ, что всѣ точки оныхъ распространяютъ свѣтъ по прямымъ линіямъ, а по тому называются *свѣтящимися тѣлами;* другія же тѣла, не имѣя способности освѣщать, или издавать свѣта, заимствуютъ оный отъ первыхъ, и называются *освѣщенными тѣлами*.

5) Принявъ въ разсужденіе присудствіе двухъ тѣлъ: свѣтящагося и освѣщеннаго, замѣтимъ, что посредствомъ дѣйствія перваго на второе, на поверхности освѣщеннаго тѣла обозначаются двѣ части. Одна часть состоитъ изъ точекъ подвергающихся дѣйствію свѣта, и потому называется *освѣщенною частію;* а другая часть состоитъ изъ точекъ, не подвергающихся дѣйствію свѣта, а посему лишена онаго, или лежитъ въ тѣни, и называется *отѣненною частію*. Рядъ точекъ, лежащихъ на поверхности освѣщеннаго тѣла, отдѣляющій освѣщенную часть отъ отѣненной, составляетъ линію, которая, по ея свойству отдѣлять освѣщенную часть отъ отѣненной, называется *линіею отдѣла свѣта отъ тѣни*.

6) Предположивъ присудствіе трехъ тѣлъ: свѣтящагося и двухъ освѣщенныхъ, усмотримъ, что одно изъ сихъ послѣднихъ тѣлъ, лежащее между свѣтящимся тѣломъ и другимъ освѣщеннымъ, будетъ лишать нѣкоторую часть сего тѣла дѣйствія свѣтящагося тѣла. Рядъ точекъ, лежащихъ на поверхности сего другаго тѣла, отдѣляющихъ часть онаго, лишенную свѣта первымъ тѣломъ, отъ той части, которая подвергается дѣйствію свѣтящагося тѣла, какъ бы между ею и оными не находилось ни какого другаго

тѣла, составляетъ линію, которая опредѣляетъ часть тѣла, лишенную свѣта положеніемъ другаго тѣла, и называется *линіею падающей тѣни*; а самая часть лишенная свѣта, и сею линіею ограничиваемая, называется *тѣнью падающею* отъ сего другаго тѣла, или *тѣнью отбрасываемою* симъ другимъ тѣломъ.

7) Изъ сказаннаго явствуетъ, что Начертательная Геометрія, въ приложеніи ея къ Теоріи Тѣней, имѣетъ предметомъ, по предположеніи присудствія свѣтящихся и освѣщенныхъ тѣлъ, коихъ положеніе и произхожденіе даны, и при различныхъ данныхъ условіяхъ способности свѣтящихся тѣлъ, опредѣлять на поверхностяхъ сихъ тѣлъ линіи отдѣла свѣта отъ тѣни и линіи падающей тѣни отъ одного на другое, употребляя для сего опредѣленія методъ проэкцій.

8) При предположеніи присудствія многихъ свѣтящихся и многихъ освѣщенныхъ тѣлъ, усматриваются на поверхности сихъ послѣднихъ двѣ части въ тѣни: одна совершенно неподверженная дѣйствію свѣта, называемая *чистою тѣнью* или просто *тѣнью*, а другая, состоящая изъ точекъ, которыя не подвергаются всему дѣйствію свѣта, коему бы подвергались еслибъ существовали отдѣльно, называемая *полутѣнью* (*).

9) Свѣтящіяся тѣла издаютъ свѣтъ, какъ мы сказали, по прямымъ линіямъ, подвергая сіе дѣйствіе единственному условію при освѣщеніи другихъ тѣлъ, по которому оныя прямыя линіи направлены въ пространствѣ такъ, что встрѣчаютъ сіи тѣла. Въ случаѣ, когда свѣтящееся тѣло обращается въ одну точку, оное принимаетъ названіе *свѣтящейся точки*.

Когда свѣтящееся тѣло находится въ безконечно великомъ разстояніи отъ освѣщеннаго тѣла, тогда лучи свѣта могутъ быть приняты параллельными между собою. Сей случай представляетъ *солнечный свѣтъ*, и есть самый простѣйшій и наиболѣе употребительный въ практикѣ. Солнце удалено отъ земли на разстояніе, равное, приблизительно, 12,000 разъ взятому діаметру сей планеты, и лучи его достигаютъ до точекъ земной поверхности такъ, что углы, ими взаимно составляемые, находятся между предѣлами: нулемъ и 32 минутами; то есть что лучи сего свѣтила, при разсматриваніи тѣлъ на земной поверхности, должны быть приняты параллельными.

(*) *Pénombre*, что составлено изъ двухъ словъ: *penè*, presque (почти), и *umbra*, ombre (тѣнь).

*

II. *Объ освѣщеніи тѣлъ солнечнымъ свѣтомъ.*

10) При опредѣленіи послѣдствій дѣйствія падающаго свѣта на освѣщенныя тѣла, въ случаѣ солнечнаго свѣта, данныя состоятъ: въ освѣщенной поверхности и въ прямой, которая должна показывать направленіе солнечныхъ лучей, или которой солнечные лучи приняты параллельными. Уголъ, составляемый сею прямою съ горизонтальною плоскостію измѣняется, или по положенію солнца надъ горизонтомъ, смотря по времени дня, или по принятію въ разсужденіе: какія части поверхности освѣщенной должно представить съ большею ясностію, а по тому сей уголъ, подлежа различнымъ условіямъ, зависящимъ отъ воли составляющаго чертежи, будетъ предположенъ нами произвольнымъ. Что же касается до произвожденія освѣщенной поверхности, оная можетъ быть одна изъ разсмотрѣнныхъ нами въ Основаніяхъ Начертательной Геометріи, или составленная изъ сихъ поверхностей (*).

Плоскости проэкцій могутъ избираться такъ, чтобъ построенія, входящія въ рѣшенія вопросовъ, содѣлывались проще (**).

(*) См. *Основанія Начертательной Геометріи* изданныя мною въ 1821 году.

(**) Произвольность положенія солнечнаго луча, почерпнутая изъ того, что солнце можетъ имѣть различныя положенія надъ горизонтомъ, должна быть уменьшена условіями: 1) что бы предметы освѣщались съ лѣвой стороны, ибо, при разсматриваніи рисунковъ, сіи послѣдніе обыкновенно поддерживаются правою рукою; 2) что есть время дня, въ которое самый свѣтъ способствуетъ яснѣйшему усматриванію предметовъ, когда солнце не находится слишкомъ высоко надъ горизонтомъ, и бываетъ не слишкомъ близко къ оному; 3) что тѣни должны способствовать къ постиженію различнаго образованія предметовъ, а по тому освѣщеніе избирается такъ, что бы тѣни различныхъ частей предмета не сливались между собою, и что бы обводы падающихъ тѣней, на поверхности непрозрачнаго тѣла, позволяли судить о ея кривизнѣ и изгибахъ.

По протяженію тѣней можно заключать и объ измѣреніяхъ предмета. Когда солнце находится къ горизонту подъ угломъ въ 45°, протяженіе тѣни равняется высотѣ предмета; при 63° 26′ тѣни составляютъ ½ предмета; при 71°, 34′ треть онаго; при 75°, 58′ четверть; при 26°, 34′ тѣни вдвое болѣе предмета; при 14°, 26′ оныя равны четыремъ высотамъ предмета, и т. д.

Изъ сего видно, что положеніе солнечнаго луча подъ 45° есть самое выгодное. Тогда лучъ составляетъ діогональ куба, котораго грани: однѣ параллельны, другія перпендикулярны къ оси проэкцій. Построеніе тѣней весьма сокращается, ибо чтобъ построить падающую тѣнь отъ какой ни есть точки предмета должно построить конецъ катета равнобедреннаго прямоуголь-

11) *Приложеніе* I. Построить линію отдѣла свѣта отъ тѣни на данной поверхности, освѣщенной солнечнымъ свѣтомъ.

Система освѣщающихъ лучей данную поверхность параллельна данному солнечному лучу; крайніе лучи сей системы, относительно къ данному освѣщенному тѣлу, будутъ къ оному касательны; а по тому сія система будетъ составлена изъ касательныхъ къ данной поверхности, параллельныхъ данному солнечному лучу, то есть будетъ цилиндромъ обертывающимъ данную поверхность параллельно данному солнечному лучу. Точки касанія сей системы къ поверхности будутъ находиться на линіи, которая будетъ кривою касанія сего цилиндра къ поверхности.

Сія кривая касанія раздѣлитъ данную освѣщенную поверхность на двѣ части: одна изъ нихъ находясь въ семъ цилиндрѣ обращена будетъ къ дѣйствію свѣта, а по тому всѣ ея точки будутъ подвержены дѣйствію свѣта, и слѣдовательно сія часть будетъ освѣщена; оная будетъ верхнею частію поверхности относительно къ направленію свѣта. Другая часть могла бы быть подвержена дѣйствію свѣта, еслибъ лучи свѣта, падающіе на первую часть, могли пройдя внутрь тѣла достигнуть до оной, по чему, такъ какъ тѣло принимается непрозрачнымъ, сія вторая часть не будетъ подвергаться дѣйствію свѣта, а по тому будетъ оттѣнена.

И такъ построенная кривая касанія будетъ кривою линіею отдѣла свѣта отъ тѣни на данной освѣщенной поверхности.

Слѣдовательно для построенія кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни на поверхности:

Строятъ цилиндръ обертывающій, параллельно солнечному лучу, данную поверхность.

Опредѣляютъ кривую касанія сего цилиндра, которая и будетъ искомою кривою линіею отдѣла свѣта отъ тѣни на данной поверхности.

12) Когда данная поверхность ограничена плоскостями, тогда принимаютъ въ разсужденіе ребра сей поверхности. Система лучей, проходя чрезъ сіи ребра, составитъ для каждаго плоскость, которая и будетъ плоскостію, проходящею чрезъ сіе ребро параллельно солнечному лучу. Таковыя плоскости могутъ имѣть различныя положенія относительно къ гранямъ, пресѣ-

---

наго треугольника, у котораго данный катетъ будетъ равенъ высотѣ сей точки надъ плоскостію падающей тѣни.

кающимся въ ребрахъ, принадлежащихъ каждой изъ сихъ плоскостей. Если плоскость упадетъ между сими гранями, тогда какъ сіе ребро, такъ и сіи двѣ грани будутъ освѣщены; если плоскость упадетъ по туже сторону сихъ граней, внѣ ихъ угла, тогда одна изъ нихъ, и именно та, къ которой сія плоскость ближе, будетъ отѣнена.

Слѣдовательно для построенія кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни на поверхности ограниченной плоскостями:

Строятъ плоскости проходящія чрезъ ребра поверхности, параллельно данному солнечному лучу.

Принимаютъ въ разсужденіе положеніе горизонтальныхъ слѣдовъ сихъ плоскостей, относительно къ горизонтальнымъ слѣдамъ тѣхъ граней, которыя пресѣкаются въ соотвѣтственныхъ симъ плоскостямъ ребрахъ. Ребра принадлежащія плоскостямъ, коихъ слѣды упадутъ внѣ угла, составленнаго горизонтальными слѣдами принадлежащихъ имъ граней, будутъ входить въ составъ кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни.

Система ребръ, составленныхъ системою граней, изъ коихъ, по двѣ, одна будетъ освѣщена, а другая отѣнена, будетъ линією отдѣла свѣта отъ тѣни на данной поверхности.

13) Когда предложенная освѣщенная поверхность будетъ цилиндръ, тогда касательные къ оному лучи, по свойству сей поверхности, составятъ плоскость касательную къ сему цилиндру параллельно солнечному лучу; линія касанія сей плоскости къ цилиндру будетъ его производящая.

Строятъ параллельно солнечному лучу плоскости касательныя къ данному цилиндру; строятъ производящія касанія сихъ плоскостей, и точки встрѣчи сихъ производящихъ съ двумя основаніями цилиндра: съ верхнимъ и съ нижнимъ.

Принявъ дуги верхняго и нижняго основаній, между построенными точками, за направляющія цилиндровъ, коихъ производящія параллельны солнечному лучу, проводятъ сіи цилиндры. Та изъ сихъ дугъ, которая будетъ принадлежать цилиндру, упавшему внѣ двуграннаго угла, составленнаго въ его направляющей, будетъ входить въ составъ линіи отдѣла свѣта отъ тѣни.

По сему линія отдѣла свѣта отъ тѣни будетъ составлена производящими касанія и сими дугами основаній.

14) Когда предложенная освѣщенная поверхность будетъ конусъ, тогда касательные къ оному лучи, по свойству сей поверхности, составятъ плос-

кость касательную къ сему конусу, параллельную солнечному лучу; линія касанія сей плоскости къ конусу будетъ его производящею.

Строятъ, параллельно солнечному лучу, касательныя плоскости къ данному конусу; строятъ производящія касанія сихъ плоскостей, и точки встрѣчи сихъ производящихъ съ основаніемъ конуса.

Принявъ дугу основанія, между построенными точками, за направляющую, параллельно солнечному лучу проводятъ цилиндръ. Когда цилиндръ упадетъ внѣ двуграннаго угла, составленнаго въ сей дугѣ, тогда сія дуга войдетъ въ составъ линіи отдѣла свѣта отъ тѣни.

По сему линія отдѣла свѣта отъ тѣни будетъ составлена производящими касанія и сею дугою основанія конуса.

15) *Приложеніе* II. Построить линію падающей тѣни отъ одной поверхности на другую, при освѣщеніи ихъ солнечнымъ свѣтомъ.

Строятъ на поверхности, относительно къ дѣйствію свѣта лежащей впереди, линію отдѣла свѣта отъ тѣни (§ 11. Приложеніе 1).

Чрезъ всѣ точки сей линіи отдѣла свѣта отъ тѣни воображаютъ линіи параллельныя солнечному лучу; система сихъ линій составитъ цилиндръ, которому линія отдѣла свѣта отъ тѣни на первой поверхности будетъ служить направляющею, а производящія коего будутъ параллельны солнечному лучу. Все пространство внутри сего цилиндра будетъ лишено дѣйствія свѣта, поелику со стороны сего послѣдняго цилиндръ замкнутъ первою поверхностію, а потому и часть второй поверхности, находящаяся въ семъ пространствѣ, будетъ лишена солнечнаго свѣта первою поверхностію, а по сему сія часть и будетъ падающею тѣнью.

Для построенія линіи падающей тѣни, строятъ пресѣченіе сего цилиндра, имѣющаго направляющею линію отдѣла свѣта отъ тѣни на первой поверхности, со второю поверхностію, которая линія пресѣченія и будетъ искомою линіею.

16) Когда данная поверхность ограничена плоскостями, тогда падающая тѣнь отъ оной на другую данную поверхность будетъ пространствомъ сей послѣдней поверхности, заключающимся въ системѣ линій пресѣченія различныхъ плоскостей, проведенныхъ, параллельно солнечному лучу, чрезъ прямыя составляющія линію отдѣла свѣта отъ тѣни на предложенной поверхности ограниченной плоскостями. (см. § 12).

Сія система линій падающей тѣни будетъ составлена изъ прямыхъ въ томъ случаѣ, когда поверхность принимающая тѣнь отъ предложенной поверхности будетъ плоскость, или будетъ ограничена также плоскостями; ибо пресѣченіе двухъ плоскостей есть линія прямая.

Въ семъ послѣднемъ случаѣ можно также принимать въ разсужденіе тѣ лучи свѣта, которые составляютъ пресѣченія прилежащихъ одна къ другой плоскостей, составленныхъ изъ лучей свѣта; строить точки пресѣченія таковыхъ частныхъ лучей съ поверхностію принимающею тѣнь, и точки пресѣченія соединять, соотвѣтственно, прямыми, которыя и будутъ входить въ составъ линіи падающей тѣни.

17) Когда предложенная освѣщенная поверхность будетъ цилиндръ, тогда построеніе падающей отъ него тѣни на другую предложенную поверхность, будетъ приведено къ построенію системы линій пресѣченія сей предложенной поверхности, принимающей тѣнь, съ плоскостями и съ цилиндрическою поверхностію (см. § 13), которая система линій и будетъ ограничивать пространство, называемое падающею тѣнью.

18) Когда предложенная освѣщенная поверхность будетъ конусъ, тогда построеніе падающей отъ него тѣни на другую предложенную поверхность будетъ приведено къ построенію системы линій пресѣченія сей предложенной поверхности съ плоскостями и съ коническою поверхностію (см. § 14), которая система линій и будетъ ограничивать пространство, называемое падающею тѣнью (*).

Примѣры.

19) *Примѣръ* I. Построить кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни на цилиндрѣ [*основ.* (AFCE), *прож.* (AB, A′B′)] освѣщенномъ солнечнымъ свѣтомъ (*лучъ* SS′, ff′) и кривую падающей тѣни на горизонтальную плоскость проэкцій (*Чертежъ* I).

(*) Замѣтимъ при томъ что построеніе кривыхъ падающей тѣни будетъ весьма сокращено, когда предварительно примемъ въ разсужденіе къ какому роду кривыхъ будутъ принадлежать ихъ частныя кривыя, о чемъ можно судить по свойству поверхностей составленныхъ солнечными лучами, которыя въ случаѣ солнечнаго свѣта будутъ вообще цилиндрическія, и по свойству поверхности принимающей тѣнь; ибо когда извѣстенъ будетъ порядокъ кривой, а по тому и степень ея уравненія, тогда и число точекъ потребныхъ для построенія кривой будетъ извѣстно, а по сему и способъ ея построенія по сему числу опредѣленныхъ точекъ.

a) *Построеніе кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни.*

Параллельно солнечному лучу (SS′, ff′) проводятъ касательныя плоскости къ данному цилиндру, коихъ горизонтальные слѣды будутъ (AH) и (CG); строятъ производящія касанія (AB, A′B′) и (CD, C′D′) сихъ плоскостей. Строятъ дугу верхняго основанія цилиндра, находящуюся между точками пресѣченія съ симъ основаніемъ двухъ построенныхъ производящихъ касанія: сія дуга будетъ (BID, B′I′D′).

Двѣ построенныя производящія (AB, A′B′) и (CD, C′D′) и построенная дуга верхняго основанія составятъ кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни на данномъ цилиндрѣ: сія кривая будетъ: (ABIDC, A′B′I′D′C′).

Часть сего цилиндра (*гориз.* AOCBPD) будетъ освѣщена, а часть (*гориз.* AFCBID) оттѣнена.

b) *Построеніе кривой линіи падающей тѣни на горизонтальную плоскость проэкцій.*

Проведенныя касательныя плоскости пресѣкутъ горизонтальную плоскость проэкцій въ ихъ горизонтальныхъ слѣдахъ: (AH) и (CG); часть цилиндрической поверхности, которой направляющею служитъ построенная нами дуга (BID, B′I′D′) верхняго основанія, а производящія которой параллельны солнечному лучу, пресѣчетъ горизонтальную плоскость проэкцій въ дугѣ (HKG), равной и совмѣщаемой съ дугою верхняго основанія (B′I′D′), ибо сѣченія цилиндра плоскостями параллельными между собою суть кривыя равныя и совмѣщаемыя.

Горизонтальные слѣды (AH) и (CG), и построенная дуга (HKG) пресѣченія, будутъ составлять линію падающей тѣни, и ограничатъ часть (AQCR) горизонтальной плоскости проэкцій, которая и будетъ искомою падающею тѣнью.

Прибавленіе. Точки (H) и (G), въ которыхъ дуга падающей тѣни встрѣчаетъ двѣ ея прямыя, могутъ быть построены пресѣченіемъ съ горизонтальною плоскостію лучей (BH, B′H′) и (DG, D′G′), проходящихъ чрезъ точки (B, B′) и (D, D′) встрѣчи производящихъ касанія съ верхнимъ основаніемъ. Центръ круговой дуги падающей тѣни можетъ быть опредѣленъ точкою пресѣченія (p, p') прямой (Lp, L′p'), протянутой параллельно солнечному лучу чрезъ центръ верхняго основанія цилиндра, съ горизонтальною плоскостію проэкцій.

Примѣчаніе. Прямыя падающей тѣни должны непремѣнно коснуться къ дугѣ падающей тѣни, ибо сіи прямыя составляютъ горизонтальные слѣды плоскостей касательныхъ къ цилиндру (*напр.* BID, B'I'D'), образованному солнечными лучами, котораго основаніе есть дуга (HKG) падающей тѣни.

20) *Примѣръ* II. Построить кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни на поверхности вращенія, коей плоская производящая (AB, A'O'B'M') и ось (O, O'M') даны, и кривую падающей тѣни на горизонтальную плоскость проэкцій, при освѣщеніи солнечнымъ свѣтомъ (*лучъ* SS', ff') (*Черт.* II).

a) *Построеніе кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни.*

Параллельно солнечному лучу (SS', ff') строятъ цилиндръ обертывающій предложенную поверхность вращенія. Кривая касанія сего цилиндра къ поверхности вращенія будетъ (EDFC, E'C'F'D'), и сія кривая будетъ кривою отдѣла свѣта отъ тѣни.

Часть (*гориз.* EDFCA) поверхности вращенія будетъ освѣщена, а часть (*гориз.* EDFCB) отѣнена.

b) *Построеніе кривой линіи падающей тѣни.*

Строятъ кривую пресѣченія (LHKG) построеннаго предъ симъ обертывающаго цилиндра (*напр.* (EDFC, E'D'F'C'), *произ.* (EL, E'L')) съ горизонтальною плоскостію проэкцій, которая и будетъ кривою падающей тѣни, и ограничитъ часть горизонтальной плоскости проэкцій, называемую падающею тѣнью.

21) *Примѣръ* III. Построить кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни на призмѣ (*основ.* ABCDE, *ребро* AF, A'F') и кривую падающей тѣни на горизонтальную плоскость проэкцій, при освѣщеніи солнечнымъ свѣтомъ (*лучъ* SS', ff') (*Черт.* III).

a) *Построеніе кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни.*

Чрезъ ребра данной призмы проводятъ плоскости параллельныя солнечному лучу. Горизонтальные слѣды сихъ плоскостей будутъ (B*p*, C*l*, D*m*, и т. д.).

Принимаютъ въ разсужденіе тѣ (B*p*, E*n*) изъ построенныхъ горизонтальныхъ слѣдовъ, которые упадутъ внѣ угла, составляемаго слѣдами прилежащихъ къ сему углу граней призмы, и замѣчаютъ ребра (BG, B'G') и (EL, E'L') соотвѣтствующія симъ горизонтальнымъ слѣдамъ.

Сіи ребра (BG, B'G') и (EL, E'L'), и часть (GHKL, G'H'K'L') верхняго освѣщеннаго основанія призмы составятъ кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни.

Часть (*гориз.* BAELFG) призмы будетъ освѣщена, а другая часть (*гориз.* BCDELKHG) будетъ оттѣнена.

b) *Построенiе кривой линiи падающей тѣни.*

Принимаютъ въ разсужденiе горизонтальные слѣды (Bp, En) построенныхъ плоскостей, соотвѣтствующiе ребрамъ (BG, B′G′) и (EL, E′L′) призмы, входящимъ въ составъ кривой линiи отдѣла свѣта отъ тѣни.

Чрезъ каждую изъ сторонъ (*гориз.* GH, HK, и KL) части (*гориз.* GHKL) верхняго основанiя призмы, входящей въ составъ кривой линiи отдѣла свѣта отъ тѣни, проводятъ плоскости параллельныя данному солнечному лучу (SS', ff'). Строятъ горизонтальные слѣды (pl, ml, и mn) сихъ плоскостей.

Построенные горизонтальные слѣды (Bp и En), соотвѣтствующiе ребрамъ отдѣла свѣта отъ тѣни, и сiи послѣднiе горизонтальные слѣды (pl, ml, и mn) пресѣкутся, и составятъ часть многоугольника, которая и будетъ кривою падающей тѣни, а ограниченная оною часть горизонтальной плоскости — искомою падающею тѣнью (BCDE $nmlp$).

Прибавленiе. Можно построить падающую тѣнь по точкамъ, которыя составляютъ вершины (p, l, m, и n) угловъ многоугольника падающей тѣни. Для сего принимаютъ въ разсужденiе часть верхняго основанiя (*гор.* GHKL) принадлежащую кривой линiи отдѣла свѣта отъ тѣни. Чрезъ каждую изъ ея вершинъ ((G, G′), (H, H′), (K, K′), и (L, L′)) проводятъ солнечные лучи ((pG, $p'G'$), (lH, $l'H'$) и т. д.). Строятъ точки пресѣченiя ((p, p'), (l, l') и т. д.) сихъ лучей съ горизонтальною плоскостiю проэкцiй, и такимъ образомъ получаютъ вершины (p, l, и т. д.) падающей тѣни. Изъ крайнихъ точекъ (p и n) проводятъ въ точки пресѣченiя (B и E) ребръ ((BG, B′G′) и (EL, E′L′)) отдѣла свѣта отъ тѣни, съ горизонтальною плоскостiю, прямыя (Bp и En); и такимъ образомъ, соединивъ при томъ найденныя точки (p, l, и т. д.) послѣдовательно, по двѣ, очертятъ часть многоугольника, составляющую искомую кривую падающей тѣни.

III. Объ освѣщенiи тѣлъ свѣтящеюся точкою.

22) При опредѣленiи послѣдствiй дѣйствiя падающаго свѣта на освѣщенныхъ тѣлахъ, въ случаѣ свѣтящейся точки, данныя состоятъ: въ поверхности освѣщенной и въ точкѣ, изъ которой исходятъ лучи свѣта, или въ свѣтящейся точкѣ. Положенiе свѣтящейся точки, относительно къ освѣщен-

ному тѣлу, измѣняется по естественной высотѣ, которую искуственная точка свѣта можетъ имѣть относительно къ тѣлу извѣстныхъ измѣреній, а по сему свѣтящаяся точка можетъ имѣть положеніе и выше и ниже различныхъ вертикальныхъ измѣреній даннаго освѣщеннаго тѣла, чаще же задается по принятію въ разсужденіе какія части поверхности должно выказать; отъ чего зависитъ дѣйствіе на зрителя самой картины, а по тому и изящность оной. И такъ сіе положеніе, подлежащее различнымъ условіямъ, зависящимъ отъ составляющаго чертежъ или картину, будетъ предполагаемо нами произвольнымъ, самая же освѣщенная поверхность можетъ быть одною изъ разсмотрѣнныхъ нами въ Основаніяхъ Начертательной Геометріи, или состоять изъ сихъ поверхностей. Плоскости проэкцій могутъ избираться такъ, что бы построенія, при рѣшеніи вопроса, содѣлались простѣе.

23) *Приложеніе* III. Построить линію отдѣла свѣта отъ тѣни на данной поверхности, освѣщенной свѣтящеюся точкою.

Система освѣщающихъ лучей данную поверхность исходитъ изъ данной свѣтящейся точки; крайніе лучи сей системы, относительно къ данному освѣщенному тѣлу, будутъ къ оному касательны, а по тому сія система будетъ составлена изъ касательныхъ къ данной поверхности, исходящихъ изъ данной свѣтящейся точки, то есть будетъ конусомъ обертывающимъ данную поверхность изъ данной свѣтящейся точки. Точки касанія сей системы къ поверхности будутъ находиться на линіи, которая будетъ кривою касанія сего конуса къ поверхности.

Сія кривая касанія раздѣлитъ данную освѣщенную поверхность на двѣ части: одна изъ нихъ будетъ, находясь въ семъ конусѣ, обращена къ дѣйствію свѣта, а по тому всѣ ея точки будутъ подвержены дѣйствію свѣта, и слѣдовательно сія часть будетъ освѣщена. Оная будетъ верхнею частію поверхности, относительно къ плоскости, какъ бы есть, по за свѣтящеюся точкою и освѣщенною поверхностію проведенной. Другая часть могла бы быть подвержена дѣйствію свѣта, есть ли бы лучи свѣта, падающіе на первую часть, могли, пройдя внутрь тѣла, достигнуть до оной; по чему, такъ какъ принимается въ разсужденіе тѣло непрозрачное, сія вторая часть не будетъ подвергаться дѣйствію свѣта, а по тому будетъ отѣнена.

И такъ построенная кривая касанія будетъ линіею отдѣла свѣта отъ тѣни на данной освѣщенной поверхности.

Слѣдовательно для построенія кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни, на поверхности, освѣщенной свѣтящеюся точкою:

Строятъ конусъ, обертывающій изъ данной свѣтящейся точки данную поверхность.

Опредѣляютъ кривую касанія сего конуса, которая и будетъ искомою кривою линіею отдѣла свѣта отъ тѣни на данной поверхности.

24) Когда данная поверхность ограничена плоскостями, тогда принимаютъ въ разсужденіе ребра сей поверхности. Система лучей, проходя чрезъ сіи ребра, составитъ для каждаго плоскость, которая и будетъ плоскостію, проходящею чрезъ сіе ребро и чрезъ данную свѣтящуюся точку. Таковыя плоскости могутъ имѣть различныя положенія относительно къ гранямъ, пресѣкающимся въ ребрахъ, принадлежащихъ каждой изъ сихъ плоскостей. Естьли плоскость упадетъ между сими гранями, тогда какъ сіе ребро, такъ и двѣ сіи грани будутъ освѣщены; естьли же плоскость упадетъ по ту же сторону сихъ граней, внѣ ихъ угла, тогда одна изъ нихъ, а именно та грань, къ которой сія плоскость ближе, будетъ оттѣнена.

Слѣдовательно для построенія кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни на поверхности ограниченной плоскостями, при освѣщеніи свѣтящеюся точкою:

Строятъ плоскости проходящія чрезъ ребра поверхности и чрезъ данную свѣтящуюся точку.

Принимаютъ въ разсужденіе положеніе горизонтальныхъ слѣдовъ сихъ плоскостей, относительно къ горизонтальнымъ слѣдамъ тѣхъ граней, которыя пресѣкаются въ соотвѣтствующихъ симъ плоскостямъ ребрахъ. Ребра, принадлежащія плоскостямъ, которыхъ слѣды упадутъ внѣ угловъ, составленныхъ горизонтальными слѣдами принадлежащихъ имъ граней, будутъ входить въ составъ кривой линія отдѣла свѣта отъ тѣни.

Система ребръ составленныхъ системою граней, изъ коихъ, по двѣ, одна будетъ освѣщена, а другая оттѣнена, будетъ линіею отдѣла свѣта отъ тѣни на данной поверхности.

25) Когда предложенная освѣщенная поверхность будетъ цилиндръ, тогда лучи, касательные къ оному, по свойству сей поверхности, составятъ плоскость, касательную къ сему цилиндру и проходящую чрезъ данную свѣтящуюся точку; линія касанія сей плоскости къ цилиндру будетъ его производящею.

Строятъ касательныя плоскости къ данному цилиндру изъ данной свѣтящейся точки; строятъ производящія касанія сихъ плоскостей къ цилиндру и точки встрѣчи сихъ производящихъ съ двумя основаніями цилиндра: съ верхнимъ и съ нижнимъ.

Принявъ дуги верхняго и нижняго основаній, между построенными точками, за направляющія конусовъ, коихъ вершины въ данной свѣтящейся точкѣ, проводятъ сіи конусы. Та изъ сихъ дугъ, которая будетъ принадлежать конусу, упавшему внѣ двуграннаго угла составленнаго въ его направляющей, будетъ входить въ систему линій отдѣла свѣта отъ тѣни.

По сему линія отдѣла свѣта отъ тѣни будетъ составлена производящими касанія и сими дугами основаній.

26) Когда предложенная освѣщенная поверхность будетъ конусъ, тогда лучи касательные къ оному, по свойству сей поверхности, составятъ плоскость касательную къ сему конусу и проходящую чрезъ данную свѣтящуюся точку; линія касанія сей плоскости къ конусу будетъ его производящею.

Строятъ касательныя плоскости къ данному конусу изъ данной свѣтящейся точки; строятъ производящія касанія сихъ плоскостей къ конусу, и точки встрѣчи сихъ производящихъ съ основаніемъ конуса.

Дуга сего основанія, находящаяся между построенными точками и сіи производящія касанія составятъ систему линій отдѣла свѣта отъ тѣни (*).

27) *Приложеніе* IV. Построить линію падающей тѣни отъ одной поверхности на другую, при освѣщеніи ихъ свѣтящеюся точкою.

Строятъ на поверхности, лежащей относительно къ положенію свѣтящейся точки впереди, линію отдѣла свѣта отъ тѣни. (§ 23 *Прил.* III).

Чрезъ всѣ точки сей линіи отдѣла свѣта отъ тѣни воображаютъ лучи свѣта, которые опредѣлятся соединеніемъ точекъ сей линіи съ свѣтящеюся точкою; система сихъ лучей составитъ конусъ, коему линія отдѣла свѣта отъ тѣни на первой поверхности служитъ направляющею, а свѣтящаяся точка вершиною. Все пространство внутри сего конуса будетъ лишено дѣй-

(*) Здѣсь подразумѣвается, что конусъ свѣтящихся лучей, которому сія дуга основанія служитъ направляющею, упадетъ внѣ двуграннаго угла, составленнаго въ сей дугѣ коническою поверхностію и плоскостію основанія. Иначе грань сего основанія будетъ освѣщена. Случаи, когда грани основаній цилиндра и конуса будутъ освѣщены, при извѣстномъ дѣйствіи свѣта, предполагаютъ, что сіи тѣла повѣшены въ пространствѣ, а не примкнуты къ плоскости.

ствія свѣта по тому, что со стороны свѣтящейся точки конусъ замкнутъ первою поверхностію; а по сему и часть второй поверхности, находящаяся въ семъ пространствѣ, будетъ лишена свѣта первою поверхностію, слѣдовательно сія часть и будетъ падающею тѣнью.

Для построенія линіи падающей тѣни строятъ пресѣченіе сего конуса, имѣющаго направляющею линію отдѣла свѣта отъ тѣни на первой поверхности, а вершиною свѣтящуюся точку, со второю поверхностію, которая линія пресѣченія и будетъ искомою линіею (*).

28) Когда данная поверхность, отъ которой отбрасывается тѣнь на другую, ограничена плоскостями, тогда падающая тѣнь отъ оной на другую данную поверхность будетъ пространствомъ сей послѣдней поверхности, заключающимся между системою линій пресѣченія различныхъ плоскостей, проведенныхъ чрезъ свѣтящуюся точку и чрезъ прямыя, составляющія линію отдѣла свѣта отъ тѣни на предложенной поверхности, ограниченной плоскостями (см. § 24).

Сія система линій падающей тѣни будетъ составлена изъ прямыхъ въ томъ случаѣ, когда поверхность принимающая тѣнь отъ предложенной будетъ плоскость, ибо пресѣченіе двухъ плоскостей есть линія прямая.

Можно также, въ семъ послѣднемъ случаѣ, принимать въ разсужденіе тѣ лучи свѣта, которые служатъ пресѣченіями прилежащимъ одна къ другой плоскостямъ, составленнымъ изъ лучей свѣта. Строятъ точки пресѣченія таковыхъ частныхъ лучей съ поверхностію принимающею тѣнь, и точки пресѣченія соединяютъ, соотвѣтственно, прямыми, которыя и войдутъ въ составъ линіи падающей тѣни.

29) Когда предложенная освѣщенная поверхность будетъ цилиндръ, тогда построеніе падающей отъ него тѣни на другую поверхность будетъ приведено къ построенію системы линій пресѣченія сей предложенной поверхности, принимающей тѣнь, съ плоскостями и съ коническою поверхно-

---

(*) Замѣтимъ, при томъ, что построеніе кривой падающей тѣни весьма будетъ сокращено, когда примемъ въ разсужденіе, предварительно, къ какому роду кривыхъ будутъ принадлежать ея частныя кривыя, о чемъ можно судить по свойству поверхностей составленныхъ лучами свѣта, которыя въ случаѣ свѣтящейся точки будутъ, вообще, коническія, и по свойству поверхности принимающей тѣнь; ибо когда будетъ извѣстенъ порядокъ кривой, а по тому и степень ея уравненія, тогда и число точекъ потребныхъ для построенія оной будетъ извѣстно, слѣдовательно и способъ ея построенія по сему числу опредѣленныхъ точекъ.

стію (§ 25), которая система линій и будетъ ограничивать пространство, называемое падающею тѣнью.

30) Когда предложенная освѣщенная поверхность будетъ конусъ, тогда построеніе падающей отъ него тѣни на другую предложенную поверхность будетъ приведено къ построенію системы линій пресѣченія сей предложенной поверхности, принимающей тѣнь, съ плоскостями и съ коническою поверхностію (§ 26), которая система линій и будетъ ограничивать пространство, называемое падающею тѣнью.

Примѣры.

31) *Примѣръ* I. Построить кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни на конусѣ (*осн.* (ABCD), *верш.* (E, E′)), освѣщенномъ свѣтящеюся точкою (S, S′), и кривую падающей тѣни на горизонтальную плоскость проэкцій. (*Черт.* IV).

a) *Построеніе кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни.*

Изъ свѣтящейся точки проводятъ касательныя плоскости къ данному конусу, коихъ горизонтальные слѣды будутъ (BF и DF); строятъ производящія касанія сихъ плоскостей (BE, B′E′) и (DE, D′E′). Строятъ дугу основанія конуса между точками пресѣченія (B) и (D) сихъ двухъ производящихъ съ симъ основаніемъ.

Двѣ построенныя производящія (BE, B′E′) и (DE, D′E′), и построенная дуга основанія, составятъ линію отдѣла свѣта отъ тѣни на данномъ конусѣ.

Часть сего конуса (*гор.* BADE) будетъ освѣщена, а другая часть (*гор.* BCDE) отѣнена.

b) *Построеніе кривой линіи падающей тѣни на горизонтальную плоскость проэкцій.*

Проведенныя касательныя плоскости пресѣкутъ горизонтальную плоскость проэкцій въ ихъ горизонтальныхъ слѣдахъ (BF) и (DF). Сіи слѣды и построенная дуга (BCD) основанія конуса будутъ составлять линію падающей тѣни, которая и будетъ на горизонтальной плоскости проэкцій ограничивать падающую тѣнь (BCDF).

Прибавленіе. Точка пресѣченія (F) двухъ горизонтальныхъ слѣдовъ (BF) и (DF) можетъ быть построена пресѣченіемъ съ горизонтальною плоскостію проэкцій луча свѣта (EF, E′F′) проходящаго чрезъ вершину (E, E′) конуса, то есть прямой соединяющей сію вершину съ свѣтящеюся точкою; а по тому

точка (F) есть тѣнь, отбрасываемая вершиною конуса на горизонтальную плоскость проэкцій.

Примѣчаніе. Горизонтальные слѣды (BF) и (DF) должны коснуться къ дугѣ (BCD), ибо оные суть слѣды касательныхъ плоскостей къ конусу, часть основанія котораго составляетъ сія дуга.

32) *Примѣръ* 2. Построить кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни на поверхности вращенія (*произ.* (AB, A′O′B′), ось (O, O′M), освѣщенной свѣтящеюся точкою (S, S′), и кривую падающей тѣни на горизонтальную плоскость проэкцій. (*Черт.* V).

a) *Построеніе кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни.*

Изъ свѣтящейся точки строятъ конусъ обертывающій предложенную поверхность вращенія. Кривая касанія сего конуса къ поверхности вращенія будетъ (CDEF, C′D′E′F′), и сія кривая будетъ кривою отдѣла свѣта отъ тѣни.

Часть (*гор.* CDEFA) поверхности вращенія будетъ освѣщена, а другая часть (*гор.* CDEFB) отѣнена.

b) *Построеніе кривой линіи падающей тѣни.*

Строятъ кривую пресѣченія (*abcd*) построеннаго предъ симъ обертывающаго конуса [*верш.* (S, S′), *направ.* (CDEF, C′D′E′F′)] съ горизонтальною плоскостію проэкцій, которая и будетъ кривою падающей тѣни, и ограничитъ часть горизонтальной плоскости, называемую падающею тѣнью.

33) *Примѣръ* 3. Построить кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни на пирамидѣ [*основ.* (ABCDEF), *верш.* (G, G′)] и кривую падающей тѣни на горизонтальную плоскость проэкцій, при освѣщеніи свѣтящеюся точкою (S, S′). (*Черт.* VI).

a) *Построеніе кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни.*

Чрезъ ребра данной пирамиды и чрезъ свѣтящуюся точку проводятъ плоскости. Горизонтальные слѣды сихъ плоскостей будутъ (BH, AH, CH и т. д.).

Принимаютъ въ разсужденіе тѣ изъ сихъ построенныхъ горизонтальныхъ слѣдовъ, которые упадутъ внѣ угла, составленнаго слѣдами прилежащихъ къ оному граней пирамиды. Сіи частные слѣды будутъ (BH и EH). Замѣчаютъ ребра (BG, B′G′) и (EG, E′G′) соотвѣтствующія симъ горизонтальнымъ слѣдамъ.

Сіи ребра (BG, B′G′) и (EG, E′G′), и часть основанія пирамиды между оными (BCDE) составятъ кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни.

Часть (*гориз.* BAFEG) пирамиды будетъ освѣщена, а другая часть (BCD EG) оттѣнена.

b) *Построеніе кривой линіи падающей тѣни.*

Принимаютъ въ разсужденіе горизонтальные слѣды (BH) и (EH) построенныхъ плоскостей, соотвѣтствующихъ ребрамъ (BG, B'G') и (EG, E'G') пирамиды, входящимъ въ составъ кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни.

Сіи горизонтальные слѣды (BH) и (EH) и часть (BCDE) основанія пирамиды, между оными находящаяся, будутъ линіею отдѣла свѣта отъ тѣни; а по сему часть (BCDEH) горизонтальной плоскости проэкцій, оными линіями ограниченная, будетъ падающею тѣнью.

Прибавленіе. Точка пресѣченія (H) построенныхъ горизонтальныхъ слѣдовъ (BH) и (EH) можетъ быть опредѣлена точкою пресѣченія, съ горизонтальною плоскостію проэкцій, луча свѣта (GH, G'H'), проходящаго чрезъ вершину (G, G') пирамиды, то есть прямой соединяющей сію вершину съ данною свѣтящеюся точкою. Тогда, по проведеніи чрезъ точку (H) прямыхъ въ вершины угловъ основанія пирамиды, избираютъ изъ нихъ тѣ (BH) и (EH), которыя упадутъ внѣ угловъ многоугольника основанія; сіи избранныя прямыя и будутъ слѣдами, ограничивающими съ боковъ падающую тѣнь.

IV. Объ освѣщеніи тѣлъ ограниченныхъ многими поверхностями въ случаѣ солнечнаго свѣта, или свѣтящейся точки.

34) Мы разсмотрѣли предъ симъ обстоятельства освѣщенія солнечнымъ свѣтомъ, или свѣтящеюся точкою, тѣхъ тѣлъ, которыя ограничены поверхностями, подверженными закону непрерывности; теперь же перейдемъ къ разсматриванію освѣщенія тѣлъ, ограниченныхъ многими разнородными поверхностями, или, иначе, поверхностію неподверженною закону непрерывности.

35) При опредѣленіи кривыхъ линій отдѣла свѣта отъ тѣни и кривыхъ падающей тѣни на поверхности, неподверженной закону непрерывности, самый естественный способъ состоитъ въ томъ, чтобъ разсматривать сію поверхность, какъ систему частныхъ поверхностей, изъ которыхъ каждая подвержена закону непрерывности.

Другой способъ, употребляемый въ практикѣ, когда не требуется большой точности, при опредѣлении кривыхъ линій вопроса, состоитъ въ разсматриваніи сей поверхности, какъ образующейся рядомъ кривыхъ, опредѣляемыхъ пресѣченіемъ оной поверхности со вспомогательными плоскостями, проводимыми извѣстнымъ образомъ.

А) *Способъ пользующійся строгою точностію.*

36) Принимаютъ въ разсужденіе, отдѣльно, каждую изъ поверхностей, составляющихъ данную освѣщенную поверхность. Строятъ на каждой изъ сихъ поверхностей кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни.

Система сихъ частныхъ кривыхъ линій отдѣла свѣта отъ тѣни на составляющихъ, принимаемыхъ въ разсужденіе отдѣльно, поверхностяхъ, будетъ кривою линіею отдѣла свѣта отъ тѣни на данной освѣщенной поверхности.

Въ случаѣ, когда частныя кривыя отдѣла свѣта отъ тѣни, на двухъ прилежащихъ одна къ другой поверхностяхъ, не пресѣкаютъ въ одной и той же точкѣ кривую сопряженія сихъ поверхностей, часть сей кривой, между точками пресѣченія съ нею упомянутыхъ частныхъ линій отдѣла свѣта отъ тѣни, входитъ также въ составъ общей кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни на предложенной поверхности.

Принимаютъ въ разсужденіе составляющія поверхности по парно; строятъ кривыя падающей тѣни отъ одной на другую. Сіи частныя кривыя составятъ систему кривыхъ линій падающей тѣни, принадлежащую общей кривой линіи падающей тѣни на всей предложенной поверхности.

В) *Способъ употребляемый въ практикѣ, когда не требуется большой точности.*

37) *Приложеніе* V. Построить кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни и кривую падающей тѣни на поверхности, не подверженной закону непрерывности, освѣщенной солнечнымъ свѣтомъ.

1) Для построенія кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни употребляютъ систему вспомогательныхъ плоскостей, перпендикулярныхъ къ вертикальной плоскости проэкцій и параллельныхъ данному солнечному лучу.

Строятъ кривыя пресѣченія сихъ плоскостей съ данною, не подверженною закону непрерывности, поверхностію; и такимъ образомъ получаютъ рядъ кривыхъ, начертанныхъ на предложенной поверхности, находящихся въ плоскостяхъ параллельныхъ солнечному лучу.

Къ симъ кривымъ проводятъ касательныя паралельно солнечному лучу; сіи касательныя будутъ производящими цилиндра, обертывающаго поверхность паралельно солнечному лучу, ибо а) касательная къ кривой начертанной на поверхности касательна и къ самой поверхности, и b) сіи касательныя паралельны солнечному лучу.

Замѣчаютъ точки касанія проведенныхъ касательныхъ; сіи точки будутъ принадлежать кривой касанія къ поверхности обертывающаго оную, паралельно солнечному лучу, цилиндра, а по тому будутъ принадлежать кривымъ отдѣла свѣта отъ тѣни.

Примѣчаніе. Сіи кривыя тѣмъ съ большею точностію опредѣлены будутъ, чѣмъ сѣкущія плоскости будутъ имѣть ближайшее взаимное положеніе; а по тому степень точности, до которой желаютъ достигнуть при начертаніи сихъ кривыхъ, опредѣляетъ число вспомогательныхъ кривыхъ, а по тому и число сѣкущихъ вспомогательныхъ плоскостей.

2) Для построенія кривой линіи падающей тѣни строятъ точки пресѣченія проведенныхъ касательныхъ къ кривымъ, начертаннымъ на предложенной поверхности, о которыхъ мы предъ симъ упомянули, съ сими кривыми. Такъ какъ касательныя принадлежатъ производящимъ обертывающаго предложенную поверхноть, паралельно солнечному лучу, цилиндра, то сіи точки пресѣченія и будутъ принадлежать кривой пресѣченія сего обертывающаго цилиндра съ предложенною поверхностію; а по тому сіи точки будутъ находиться на искомыхъ кривыхъ падающей тѣни.

38) *Приложеніе* VI. Построить кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни и кривую падающей тѣни на поверхности, не подверженной закону непрерывности, освѣщенной свѣтящеюся точкою.

1) Для построенія кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни употребляютъ систему вспомогательныхъ плоскостей, перпендикулярныхъ къ вертикальной плоскости проэкцій, проходящихъ чрезъ данную свѣтящуюся точку.

Строятъ кривыя пресѣченія сихъ плоскостей съ данною, не подверженною закону непрерывности, поверхностію; и такимъ образомъ получаютъ рядъ кривыхъ, начертанныхъ на предложенной поверхности, находящихся въ плоскостяхъ, проведенныхъ чрезъ данную свѣтящуюся точку.

Къ симъ кривымъ проводятъ касательныя изъ данной свѣтящейся точки. Сіи касательныя будутъ производящими конуса, обертывающаго данную поверхность изъ свѣтящейся точки, ибо а) касательная къ кривой начер-

танной на поверхности касательна и къ самой поверхности, и b) сіи касательныя проходятъ чрезъ данную свѣтящуюся точку.

Замѣчаютъ точки касанія проведенныхъ касательныхъ. Сіи точки будутъ принадлежать кривой касанія къ предложенной поверхности обертывающаго оную изъ свѣтящейся точки конуса; а по тому будутъ принадлежать кривымъ отдѣла свѣта отъ тѣни.

Примѣчаніе. Сіи кривыя тѣмъ съ большею точностію опредѣлены будутъ, чѣмъ сѣкущія плоскости будутъ имѣть ближайшее взаимное положеніе; а по тому степень точности, до которой желаютъ достигнуть при начертаніи сихъ кривыхъ, опредѣляетъ число вспомогательныхъ кривыхъ, а по тому и число сѣкущихъ вспомогательныхъ плоскостей.

2) Для построенія кривой линіи падающей тѣни строятъ точки пресѣченія проведенныхъ касательныхъ къ кривымъ, начертаннымъ на предложенной поверхности, о которыхъ мы предъ симъ упомянули, съ сими кривыми. Такъ какъ сіи касательныя принадлежатъ производящимъ обертывающаго предложенную поверхность изъ свѣтящейся точки конуса; то сіи точки пресѣченія и будутъ принадлежать кривой пресѣченія сего обертывающаго конуса съ предложенною поверхностію, а по тому сія точки будутъ находиться на искомыхъ кривыхъ падающей тѣни.

Примѣры.

39) *Примѣръ* 1. Построить кривыя линіи: отдѣла свѣта отъ тѣни и падающей тѣни на данной Дорической Римской капители (ABCD, A'B'C'D'), освѣщенной солнечнымъ свѣтомъ (*лучъ* SS', *ff'*). (*Черт.* VII).

A) *Разборъ частныхъ поверхностей, изъ которыхъ составлена предложенная, не подверженная закону непрерывности, поверхность.*

a) Верхній прямоугольный параллелепипедъ.

b) Тѣло ограниченное четырмя гранями, какъ грань (*верт. тпор*).

c) Прямоугольный параллелепипедъ.

d) Поверхность вращенія [*произ.* (*x*A, *a'b'c'*), *ось* (*x*, *xy*)].

e) Цилиндръ перпендикулярный къ горизонтальной плоскости проэкцій [*круг. осн.* (*рад. xd'*)].

f) Поверхность вращенія [*произ.* (*x*A, *e'f'g'*), *ось* (*x*, *xy*)].

g) Цилиндръ перпендикулярный къ горизонтальной плоскости проэкцій [*круг. осн.* (*рад.* xB′)].

h) Поверхность вращенія [*произ.* (xA, $h'i'k'$), *ось* (x, xy)].

i) Цилиндръ перпендикулярный къ горизонтальной плоскости проэкцій [*круг. осн.* (*рад.* xd')]

k) Поверхность вращенія [*произ.* (xA, $l'q'r'$), *ось* (x, xy)].

l) Цилиндръ составляющій продолженіе цилиндра (g) [*круг. осн.* (*рад.* xB′)].

B) *Вспомогательныя плоскости.*

Пресѣкаютъ данную, не подверженную закону непрерывности, поверхность, плоскостями параллельными солнечному лучу (SS′, ff') и перпендикулярными къ плоскости вертикальной проэкцій. Сіи плоскости будутъ (*верт. слѣды* EF′, GH′, IK′), и такъ далье. Строятъ кривыя [*гор. прож.* (EFGH), (KLMNO), (PQRST)], и такъ далье, пресѣченія сихъ плоскостей съ поверхностями, составляющими данную поверхность.

C) *Опредѣленіе кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни.*

Строятъ параллельно солнечному лучу (SS′, ff') всевозможныя касательныя къ построеннымъ кривымъ пресѣченія. Замѣчаютъ точки касанія. Получатъ точки:

На кривой (*гор. пр.* EFGH) пресѣченія первой вспомогательной плоскости: 1) точку (m, m) на поверхности вращенія (d) (см. *разборъ* A *поверхностей*), 2) точку (n, n) на поверхности вращенія (h).

На кривой (*гор. прож.* KLMNO) пресѣченія второй вспомогательной плоскости: 3) точку (p, p) на поверхности вращенія (d); 4) точку (q, q) на поверхности вращенія (h).

На кривой пресѣченія (*гор. прож.* PQRST) третьей вспомогательной плоскости: 5) точку (r, r) на поверхности вращенія (d); 6) точку (t, t) на поверхности вращенія (h), и такъ далѣе.

Кромѣ сего будемъ имѣть касательныя плоскости, параллельныя солнечному лучу, къ цилиндрамъ (e), (g), и (e) (см. *разборъ* A *поверхностей*). Слѣды горизонтальные сихъ плоскостей будутъ (UV, XY, UV), а точки касанія къ основаніямъ цилиндровъ, соотвѣтственно: (U), (X), и (U).

Во второй и третьей сѣкущихъ вспомогательныхъ плоскостяхъ, на кривыхъ пресѣченія сихъ плоскостей съ тѣломъ (b) (см. A *разборъ поверхностей*), получимъ точки касанія (u, u), (v, v) касательныхъ проведенныхъ къ симъ кривымъ, параллельно солнечному лучу.

Принимаемъ въ разсужденіе опредѣленныя точки касанія на поверхности вращенія (d) точки (m, m), (p, p), и (r, r) и т. д. Чрезъ сіи точки чертимъ кривую (mpr, mpr), которая и будетъ кривою линіею отдѣла свѣта отъ тѣни на сей поверхности.

Принимаемъ въ разсужденіе опредѣленныя точки касанія на поверхности вращенія (h), точки (n, n), (q, q), и (t, t) и т. д. Чрезъ сіи точки чертимъ кривую (nqt, nqt), которая и будетъ кривою линіею отдѣла свѣта отъ тѣни на сей поверхности.

Строятъ производящія (X, $\beta\alpha$), (X, $\gamma\omega$) касанія плоскостей, касательныхъ къ цилиндрамъ (g) и (l); сіи производящія будутъ, соотвѣтственно, линіями отдѣла свѣта отъ тѣни принадлежащихъ имъ цилиндровъ.

Чрезъ точки (u, u), (v, v) и т. д. касанія опредѣленныя на тѣлѣ (b) проводятъ линію прямую (uv, uv), которая и будетъ, на соотвѣтствующей оной поверхности, линіею отдѣла свѣта отъ тѣни.

Опредѣленныя нами кривыя линіи отдѣла свѣта отъ тѣни на частныхъ поверхностяхъ суть кривыя касанія къ онымъ цилиндровъ, обертывающихъ сіи поверхности параллельно солнечному лучу, и ихъ система составляетъ искомую кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни на предложенной, не подверженной закону непрерывности, поверхности.

D) *Опредѣленіе кривой линіи падающей тѣни на предложенной поверхности.*

Принимаютъ въ разсужденіе кривыя (*гор. пр.* EFGH), (*гор. пр.* KLMNO), (*гор. пр.* PQRST), и т. д. построенныя пресѣченіемъ вспомогательныхъ плоскостей съ предложенною поверхностію.

На первой кривой (*г. п.* EFGH) замѣчаютъ точки пресѣченія съ оною проведенныхъ къ ней касательныхъ. Сіи точки будутъ: точка (1, 1) на цилиндрѣ (g); точка (2, 2) на цилиндрѣ (i); точка (3, 3) на поверхности вращенія (k); точка (4, 4) на цилиндрѣ (l), составляющемъ продолженіе цилиндра (g).

На второй кривой (*г. п.* KLMNO) замѣчаютъ точки пресѣченія съ оною проведенныхъ къ ней касательныхъ; сіи точки будутъ: точка (5, 5) на поверхности вращенія (f); точка (6, 6) на цилиндрѣ (g); точка (7, 7) на цилиндрѣ (i).

На третьей кривой (*г. пр.* PQRST) замѣчаютъ точки пресѣченія съ оною проведенныхъ къ ней касательныхъ; сіи точки будутъ: точка (8, 8) на поверхности вращенія (*d*); точка (9, 9) на цилиндрѣ (*g*) и т. д.

Чрезъ опредѣленныя такимъ образомъ точки пресѣченія, соотвѣтствующія тѣмъ же поверхностямъ, проводятъ кривыя:

На поверхности вращенія (*d*) кривую (*верт. проэк.* a'' 8 b''. . .),
На цилиндрѣ (*e*) кривую (*верт. проэк.* c'' l''. . . . .),
На цилиндрѣ (*f*) кривую (*вер. проэк.* e'' f''. . . .),
На цилиндрѣ (*g*) кривую (*вер. проэк.* g'' 6 h''),
На поверхности вращенія (*h*) кривую (*вер. проэк.* $\beta i''$ k''),
На цилиндрѣ (*i*) кривую (*вер. проэк.* l'' 7 m''),
На поверхности вращенія (*k*) кривую (n'' 3 . . .),
На цилиндрѣ (*l*) кривую (o'' 4 ω),

которыя и составятъ систему кривыхъ, принадлежащихъ кривой падающей тѣни на предложенной поверхности.

Во второй (*вер. сл.* G'H) и третьей (*вер. сл.* I'K') вспомогательныхъ плоскостяхъ, на поверхности ограничивающей тѣло (*b*) будутъ имѣть точки пресѣченія (p'', p'') и (q'', q''), и (r'', r'') и (s'', s''), которыя соединивъ, соотвѣтственно, прямыми ($p''r''$, $p''r''$) и ($g''s''$, $g''s''$), получимъ линіи падающей тѣни на сей поверхности, входящія въ составъ линіи падающей тѣни на предложенной поверхности.

Прибавленіе. Тѣло (*b*), ограниченное кривою поверхностію, будетъ имѣть двѣ линіи падающей тѣни: одну ($p''r''$) отъ верхняго параллелепипеда (*a*), другую ($q''f''$) отъ самаго себя, по причинѣ выпуклости и потомъ вдавшейся части его поверхности.

Кривая падающей тѣни на поверхности вращенія (*d*) будетъ состоять изъ двухъ линій, изъ коихъ одна будетъ происходить отъ параллельнаго вертик. плоск. проэкц., а другая отъ перпендикулярнаго къ оной ребръ параллелепипеда (*c*).

Линія падающей тѣни на цилиндрѣ (*e*) произойдетъ отъ перпенд. къ плоскости верт. проэк. ребра того же параллелепипеда (*c*), и отъ части кривой отдѣла свѣта отъ тѣни на поверхности вращенія (*d*).

Поверхность вращенія (*f*) будетъ имѣть линію падающей тѣни, состоящую изъ трехъ частей: одна будетъ происходить отъ цилиндра (*e*); другая

отъ перпендикулярнаго къ плос. верт. проэк. ребра параллелепипеда (c), а третія отъ горизонтальнаго ребра онаго параллелепипеда.

Линія падающей тѣни на цилиндрѣ (g) состоитъ изъ пяти частей: одна производитъ отъ поверхности вращенія (f); другая отъ перпенд. къ плос. вер. проэк. ребра параллелепипеда (c); третія часть отъ поверхности вращенія (f); четвертая отъ горизонтальнаго ребра параллелепипеда (c); пятая часть отъ кривой отдѣла свѣта отъ тѣни на поверхности вращенія (d).

Поверхность вращенія (h) будетъ имѣть линію падающей тѣни отъ кривой отдѣла свѣта отъ тѣни на поверхности вращенія (d).

Цилиндра (i) линія падающей тѣни будетъ производить отъ кривой отдѣла свѣта отъ тѣни на поверхности вращенія (h).

Линія падающей тѣни на поверхности вращенія (k) произойдетъ отъ цилиндра (i).

На конецъ линія падающей тѣни на цилиндрѣ (l), служащемъ продолженіемъ цилиндру (i), будетъ составлена изъ двухъ частей: одна часть будетъ производить отъ поверхности вращенія (k), другая отъ цилиндра (i).

E) *Опредѣленіе, на предложенной поверхности, особенныхъ точекъ построенныхъ кривыхъ: отдѣла свѣта отъ тѣни и падающей тѣни.*

Особенныя точки, относительно къ обстоятельствамъ освѣщенія, предложенной поверхности, будутъ, вообще, точками пресѣченія сихъ двухъ кривыхъ.

На поверхности вращенія (d) существуютъ двѣ таковыхъ точки: (a'', a'') и (b'', b'').

Свойство сихъ точекъ состоитъ въ томъ, что касательныя ($t''a''$, $t''a''$) и ($b''u''$, $b''u''$) къ поверхности (d) въ сихъ точкахъ, параллельныя солнечному лучу (SS', ff'), пресѣкаютъ параллельное оси проэкцій ребро (*верт. пр.* $a'u''$) параллелепипеда (c).

Сіи точки опредѣляются точнымъ построеніемъ двухъ кривыхъ, которымъ онѣ служатъ пресѣченіемъ; а по тому и должно, по предварительномъ опредѣленіи по нѣскольку точекъ для сихъ кривыхъ, слѣдуя сближенію сихъ двухъ рядовъ точекъ, и угадывая таковымъ образомъ приблизительно то мѣсто на поверхности, около котораго кривыя должны пресѣчься, лежащія на ономъ мѣстѣ части кривыхъ опредѣлить съ большею точностію; то есть должно употребить въ семъ мѣстѣ большее число вспомогательныхъ

плоскостей, параллельныхъ солнечному лучу и перпендикулярныхъ къ плоскости вертикальной проэкцій.

По опредѣленіи таковымъ образомъ особенной точки, должно повѣрить ся положеніе, удостовѣрясь, что касательная въ оной къ поверхности (d) проходитъ чрезъ паралл оси проэкцій ребро (*верт. пр.* $a'a''$) параллелепипеда (c) (*).

На цилиндрѣ (g) находится одна особенная точка (X, α); она составляетъ пресѣченіе производящей отдѣла свѣта отъ тѣни съ линіею падающей тѣни отъ поверхности вращенія (d), по чему касательная, проведенная въ сей точкѣ къ цилиндру (g) параллельно солнечному лучу, пройдетъ чрезъ точку принадлежащую линіи отдѣла свѣта отъ тѣни на поверхности вращенія (d).

На поверхности вращенія (h) находится особенная точка (k'', k''), составляющая пресѣченіе кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни на сей поверхности (h) съ кривою падающей тѣни отъ поверхности вращенія (d). Въ сей особенной точкѣ, какъ и въ предъидущей, касательная къ поверхности (h), параллельная солнечному лучу, проходитъ чрезъ линію отдѣла свѣта отъ тѣни на поверхности (d).

На цилиндрѣ (l), служащемъ продолженіемъ цилиндру (g), существуетъ особенная точка (X, ω) пресѣченія производящей отдѣла свѣта отъ тѣни на семъ цилиндрѣ съ кривою падающей тѣни отъ верхняго горизонтальнаго ребра поверхности (k); по чему касательная въ сей точкѣ къ цилиндру, параллельная солнечному лучу, должна пройти чрезъ одну изъ точекъ сего ребра.

Прочія особенныя точки, находящіяся на различныхъ поверхностяхъ, входящихъ въ составъ предложенной поверхности, отличны отъ описанныхъ нами, и составляютъ точки пресѣченія кривыхъ падающей тѣни, происходящихъ отъ двухъ поверхностей, отбрасывающихъ тѣнь на ту поверхность, на которой оныя находятся. Разборъ сихъ точекъ, послѣ предложеннаго нами, не представитъ ни какого затрудненія. Точность въ опредѣленіи сихъ точекъ зависитъ отъ степени точности, до которой достигаютъ при на-

(*) Изложенное нами объясненіе объ опредѣленіи особенныхъ, относительно къ освѣщенію, точекъ кривыхъ линій, при освѣщеніи солнечнымъ свѣтомъ, даетъ рѣшеніе вопроса: *Опредѣлить на данной поверхности точку, въ которой бы проведенная къ сей поверхности касательная, параллельно данной прямой, встрѣтила данную линію.* Вопросъ рѣшается посредствомъ двухъ кривыхъ. Вспомогательныя поверхности въ вопросѣ суть цилиндры, которыхъ производящія параллельны данной прямой.

черпанія кривыхъ, встрѣчающихся въ сихъ точкахъ; а сія степень зависитъ отъ большаго числа вспомогательныхъ плоскостей, употребляемыхъ при разрѣшеніи вопроса (см. *В. вспомогат. плоскости*), и отъ смѣлости и ловкости, съ которыми, по опредѣленнымъ посредствомъ сихъ плоскостей точкамъ, очерчиваютъ кривую, долженствующую удовлетворять закону непрерывности.

40) *Примѣръ* 2. Построить кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни и кривую падающей тѣни на данной вазѣ (ABCD, A′B′C′D′E′F′) освѣщенной свѣтящеюся точкою (S, S′). (*Черт.* VIII).

A) *Разборъ частныхъ поверхностей, изъ которыхъ составлена данная, не подверженная закону непрерывности, поверхность.*

a) Цилиндръ перпендикулярный къ горизонтальной плоскости проэкцій [*круг. основ.* (*рад.* xF)].

b) Поверхность вращенія [*произ.* (xE, GHC′), *ось* (x, $x'y$)].

c) Поверхность вращенія [*произ.* (xE, C′IK), *ось* (x, $x'y$)].

d) Цилиндръ перпендикулярный къ горизонтальной плоскости проэкцій [*круг. основ.* (*рад.* xL)].

e) Поверхность вращенія [*произ.* (xE, MN), *ось* (x, $x'y$)].

f) Цилиндръ перпендикулярный къ горизонтальной плоскости проэкцій [*круг. основ.* (*рад.* xO)].

g) Параллелепипедъ перпендикулярный къ горизонтальной плоскости проэкцій.

B) *Вспомогательныя плоскости.*

Пресѣкаютъ данную не подверженную закону непрерывности поверхность плоскостями, проходящими чрезъ свѣтящуюся точку (S, S′) и перпендикулярными къ вертикальной плоскости проэкцій. Вертикальные слѣды сихъ плоскостей будутъ (S′P), (S′Q), (S′R), и т. д.

Строятъ кривыя пресѣченія сихъ плоскостей съ поверхностями составляющими данную поверхность. Сіи кривыя будутъ (*гор. прож.* hk), (*гор. пр.* hik), (*гор. пр.* lmn), (*гор. пр.* lon), (*гор. пр.* pqr), (*гор. пр.* ps, ru), (*гор. пр.* stu), (*гор. пр* vxy), (*гор. пр.* vz, ya'), (*гор. пр.* zc', $a'b'$), (*гор. пр.* $c'r'$, $b's'$), (*гор. пр.* $d'e'f'$), (*гор. пр.* $d'i'$, $f'g'$), (*гор. пр.* $i'h'g'$), (*гор. пр.* $k'l'm'$), (*гор. пр.* $k'o'$, $m'n'$), (*гор. пр.* $o'p'$, $n'q'$), (*гор. пр.* $p'u'$, $q't'$), и т. д.

*

C) Опредѣленіе кривой линіи отдѣла свѣта отъ тѣни.

Строятъ всевозможныя касательныя къ построеннымъ кривымъ пресѣченія, проходящія чрезъ свѣтящуюся точку (S, S'). Замѣчаютъ точки касанія. Получатъ точки:

На кривой пресѣченія первой вспомогательной плоскости (*верт. сл.* S'P) точку (*v*, *v'*) на поверхности вращенія (*c*), (см. *разборъ* A *поверхностей*).

На кривой пресѣченія второй вспомогательной плоскости (*вер. сл.* S'Q) точки (*x'*, *x'*), (*y'*, *y'*) на поверхности вращенія (*c*).

На кривой пресѣченія третьей вспомогательной плоскости (*вер. сл.* S'R) точки (*z'*, *z'*), (a^2, a^2) на поверхности вращенія (*c*), и т. д.

Кромѣ сего будемъ имѣть касательныя плоскости, проходящія чрезъ данную свѣтящуюся точку, къ цилиндрамъ (*a*) и (*f*) (см. *разборъ A поверхностей*). Слѣды горизонтальные сихъ плоскостей будутъ: къ цилиндру (*a*).... (SF), (Sb^2), къ цилиндру (*f*) . . . (SO), (Sc^2); а точки касанія къ основаніямъ сихъ цилиндровъ, соотвѣтственно, къ первому .... (F), (b^2), ко второму .... (O), (c^2).

Принимаютъ въ разсужденіе опредѣленныя точки касанія на поверхности вращенія (*c*) . . . (*v'*, *v*), (*x'*, *x'*), (*y'*, *y'*), (*z'*, *z'*), (a^2, a^2), и т. д. Чрезъ сіи точки чертятъ кривую (D*v'*a^2*z'x'v'*A, D'*y'*a^2*z'x'v'*G').

Строятъ производящія (F, d^2e^2), (b^2, f^2g^2), (O, h^2i^2), (c^2, k^2l^2) касанія плоскостей касательныхъ къ цилиндрамъ (*a*) и (*f*), проходящихъ чрезъ свѣтящуюся точку (S, S'). Сіи производящія будутъ, соотвѣтственно, линіями отдѣла свѣта отъ тѣни на принадлежащихъ имъ цилиндрахъ.

На параллелепипедѣ (*g*) получимъ ребра (*гор. пр.* m^2n^2), (*гор. пр.* n^2o^2) отдѣла свѣта отъ тѣни.

Опредѣленныя нами линіи отдѣла свѣта отъ тѣни на частныхъ поверхностяхъ суть кривыя касанія къ онымъ конусовъ, обертывающихъ сіи поверхности изъ данной свѣтящейся точки, и ихъ система вмѣстѣ съ дугами, сопрягающими прилежащія поверхности и находящимися между точками пресѣченія съ оными дугами линій отдѣла свѣта отъ тѣни на прилежащихъ поверхностяхъ, составитъ искомую кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни на предложенной, не подверженной закону непрерывности, поверхности.

D) *Опредѣленіе линіи падающей тѣни на предложенной поверхности.*

Принимаютъ въ разсужденіе построенныя предъ симъ кривыя пресѣченія вспомогательныхъ плоскостей съ предложенною поверхностію, и замѣчаютъ

точки пресѣченія оныхъ съ проведенными къ нимъ изъ свѣтящейся точки (S, S') касательными. Получатъ:

На первой кривой точку (p^2, p^2) на поверхности вращенія (b).

На второй кривой точку (q^2, q^2) на параллелепипедѣ (g), и точку (r^2, r^2) на вертикальной плоскости проэкцій.

На третьей кривой точку (s^2, s^2) на цилиндрѣ (d), и т. д.

Чрезъ опредѣленныя такимъ образомъ точки пресѣченія, соотвѣтствующія тѣмъ же поверхностямъ, проводятъ кривыя.

На поверхности вращенія (b) кривую (*верт. пр.* Hp^2D).

На цилиндрѣ (d) кривую (*верт. пр.* ks^2).

На поверхности вращенія (e) кривую (*верт. пр.* $\alpha\beta$).

На параллелепипедѣ (g) кривую (*гор. пр.* Oq^2, c^2t^2).

На горизонтальной плоскости проэкцій кривую $(H'T'V' \ldots\ldots)$.

На вертикальной плоскости проэкцій кривую $(I'K'L' \ldots\ldots)$.

Прибавленіе. На поверхности вращенія (b) будемъ имѣть линію падающей тѣни отъ цилиндра (a).

На поверхности вращенія (c) падающей тѣни существовать не будетъ.

На цилиндрѣ (d) кривая падающей тѣни будетъ происходить отъ поверхности вращенія (c).

На поверхность вращенія (e) линія падающей тѣни будетъ отбрасываема цилиндромъ (d) и поверхностію вращенія (c).

Цилиндръ (f) не будетъ имѣть падающей тѣни.

На параллелепипедѣ (g) линія падающей тѣни будетъ происходить отъ цилиндра (f) и отъ поверхности вращенія (c).

На горизонтальной плоскости проэкцій линія падающей тѣни будетъ происходить: отъ параллелепипеда (g), отъ поверхности вращенія (c), и отъ поверхности вращенія (b).

На вертикальную плоскость проэкцій падающая тѣнь будетъ отбрасываема цилиндромъ (a), поверхностію вращенія (b), и поверхностію вращенія (c) (*).

(*) Въ томъ случаѣ когда предложенная поверхность представляетъ особенныя точки, составляющія взаимныя пресѣченія кривыхъ естественной и падающей тѣни, опредѣленіе сихъ точекъ будетъ зависѣть, въ случаѣ свѣтящейся точки, отъ разрѣшенія слѣдующаго вопроса.

Опредѣлить на данной поверхности точку, въ которой бы проведенная къ сей поверхности касательная изъ данной точки встрѣтила данную линію.

Вспомогательныя поверхности сего вопроса будутъ: 1) конусъ обертывающій изъ данной точки предложенную поверхность; 2) конусъ котораго вершина будетъ въ данной точкѣ, а направляющею которому будетъ служить данная линія

Искомая особенная точка опредѣлится взаимнымъ пресѣченіемъ двухъ кривыхъ находящихся на предложенной поверхности: a) кривой касанія перваго конуса, и b) кривой пресѣченія втораго конуса.

Книга II.

О ТЕОРІИ БЛЕСТЯЩИХЪ ТОЧЕКЪ ВЪ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ВОЗВЫШЕНІЯХЪ.

I. *Опредѣленія и первоначальные вопросы.*

41) При заданіи какихъ ни есть тѣлъ обыкновенно проэктируютъ оныя на какую ни есть плоскость, линіями перпендикулярными къ сей плоскости. Таковымъ образомъ на сей плоскости будетъ существовать перпендикулярная проэкція системы сихъ тѣлъ, которая и называется *геометрическимъ возвышеніемъ.*

42) Плоскость, на которую проэктируютъ систему данныхъ тѣлъ, принимается обыкновенно вертикальною плоскостію проэкцій, по чему геометрическимъ возвышеніемъ будетъ вертикальная проэкція системы данныхъ тѣлъ.

43) На освѣщенныхъ частяхъ тѣлъ замѣчаютъ точки, которыя бываютъ свѣтлѣе прочихъ точекъ сихъ частей. Сіи точки тѣмъ болѣе выказываются и тѣмъ обильнѣе свѣтомъ, чѣмъ поверхности тѣлъ болѣе выглажены. Въ геометрическихъ возвышеніяхъ свойство сихъ точекъ состоитъ въ томъ, что для оныхъ лучъ отраженный перпендикуляренъ къ плоскости геометрическаго возвышенія, то есть къ вертикальной плоскости проэкцій. И такъ *блестящею точкою* въ геометрическихъ возвышеніяхъ называется освѣщенная точка поверхности, для которой отраженный лучъ перпендикуляренъ къ вертикальной плоскости проэкцій.

44) Такъ какъ, по свойству непрозрачныхъ тѣлъ, падающій свѣтъ, при прикосновеніи къ онымъ, отражается по прямой линіи, и какъ между лучами: падающимъ, отраженнымъ и нормальною въ точкѣ паденія существуетъ сопряженіе (§ 3), по которому сіи прямыя находятся въ той же плоскости отраженія, и при томъ такъ, что уголъ отраженія равенъ углу паденія, то опредѣленіе блестящей точки на данной поверхности приводится къ тому, чтобъ построить конецъ нормальной, параллельной данной прямой, то есть прямой раздѣляющей по поламъ уголъ, составленный падающимъ лучемъ и перпендикуляромъ къ вертикальной плоскости проэкцій.

45) Основываясь на опредѣленіи блестящей точки есть ли предположимъ, что имѣемъ нѣсколько поверхностей касательныхъ одна къ другой въ какой

ни есть общей всѣмъ имъ точкѣ, и что сія точка есть блестящая на одной изъ сихъ поверхностей, то усмотримъ, что оная будетъ блестящею точкою и на всѣхъ сихъ поверхностяхъ. Для удостовѣренія въ семъ пусть проведена будетъ касательная плоскость въ сей точкѣ къ поверхности, на которой точка дана блестящею. Сія касательная плоскость будетъ общею для всѣхъ сихъ поверхностей; а по тому сіи поверхности будутъ имѣть и общую нормальную. Теперь, предположимъ, что въ разсматриваемой точкѣ проведенъ и падающій лучь, и что чрезъ оный и нормальную проведена плоскость отраженія. Естьли въ сей плоскости построимъ прямую, составляющую съ нормальною уголъ равный углу паденія, то сія прямая будетъ лучемъ отраженнымъ, общимъ всѣмъ даннымъ касательнымъ между собою поверхностямъ. Но сей лучь для одной поверхности имѣетъ перпендикулярное къ вертикальной плоскости проэкцій положеніе, а по сему точка его на сихъ поверхностяхъ, то есть данная блестящая точка на одной поверхности, будетъ блестящею точкою и на всѣхъ другихъ въ сей точкѣ къ оной касательныхъ поверхностяхъ. Сіе же самое должно разумѣть какъ о касательной плоскости, такъ и о нормальной въ сей блестящей точкѣ

46) Когда имѣемъ плоскость освѣщенную солнечнымъ свѣтомъ, тогда всѣ отраженные лучи отъ сей плоскости будутъ параллельны между собою по тому, что лучи падающіе параллельны, нормальныя въ точкахъ паденія параллельны, ибо будутъ перпендикулярами къ одной и той же плоскости, слѣдовательно и лучи отраженные будутъ между собою параллельны. Изъ сего усматриваемъ, что плоскость, освѣщенная солнечнымъ свѣтомъ, не имѣетъ блестящей точки, ибо естьли одна изъ ея точекъ блестящая, то есть, естьли для одной изъ нихъ отраженный лучь перпендикуляренъ къ вертикальной плоскости проэкцій, то и для всѣхъ другихъ точекъ отраженные лучи перпендикулярны къ сей плоскости, то есть, тогда всѣ точки плоскости будутъ блестящими. Тоже должно разумѣть и о прямой линіи.

47) Когда плоскость освѣщена свѣтящеюся точкою, тогда отраженные лучи проходятъ чрезъ одну и ту же точку, которая по тому и называется *точкою схода* отраженныхъ лучей. Чтобъ доказать сіе свойство положимъ, что имѣемъ плоскость MN (*Черт.* V. *фиг.* 2), освѣщенную свѣтящеюся точкою S. Изъ сей точки S опустимъ на плоскость перпендикуляръ SA; продолжимъ оный внизъ плоскости на разстояніе AS′ равное SA; точка S′, конецъ отложенной длины, будетъ точкою схода отраженныхъ лучей.

Примемъ въ разсужденіе на плоскости MN какую ни есть точку B. Прямая S′B, соединяющая сію точку съ точкою S′, будетъ лучемъ отраженнымъ; ибо, по проведеніи прямыхъ AB и BS усмотримъ, что *треуг.* ABS равенъ *треуг.* ABS′, по тому, что углы при A прямые, SA=SA′ и AB общая, и слѣдовательно что уголъ ABS′=*уг.* SBA; но *уг.* ABS′=*уг.* RB*a*, а потому *уг.* RB*a* =*уг.* SBA. По приданіи къ каждому изъ сихъ угловъ прямаго угла, будемъ имѣть *уг.* SB*r*=*уг.* RB*r*, но уголъ SB*r* есть уголъ паденія, ибо прямая B*r* предположена перпендикулярною къ плоскости, слѣдовательно *уг.* RB*r* есть уголъ отраженія, а по тому прямая RBS′ будетъ лучемъ отраженнымъ.

48) Такимъ образомъ, по опредѣленіи точки схода отраженныхъ лучей, такъ какъ прямая не опредѣляется одною точкою, можно наложить другое условіе для отраженнаго луча искомой точки, принадлежащей плоскости. На примѣръ, естьли въ искомой точкѣ на плоскости отраженный лучь долженъ быть параллеленъ данной прямой, то, для опредѣленія искомой точки, должно построить точку схода отраженныхъ лучей; чрезъ оную провести прямую параллельную данной, и построить точку ея пресѣченія съ плоскостію.

49) Замѣтимъ, что естьли бы въ какой ни есть плоскости SS′R дана была прямая AB, освѣщенная свѣтящеюся точкою S, и въ той же плоскости другая прямая *tu*, и требовалось бы опредѣлить на сей прямой AB точку, въ которой отраженный лучь былъ бы параллеленъ данной прямой *tu*, то для разрѣшенія вопроса употребили бы тоже самое строеніе, какъ и для плоскости. Сіе строеніе показано на фигурѣ, и объяснено въ предъидущихъ параграфахъ 47 и 48. По опредѣленіи точки схода S′ отраженныхъ лучей провели бы прямую S′BR параллельно прямой *tu* и построили бы точку B пресѣченія оной съ прямою AB, которая точка B и была бы искомою точкою, ибо лучъ отраженный S′BR для сей точки параллеленъ данной прямой *tu*.

II. О блестящихъ точкахъ въ случаѣ солнечнаго свѣта.

50) Мы видѣли предъ симъ (§ 44), что построеніе блестящей точки на данной поверхности въ геометрическихъ возвышеніяхъ приводится къ построенію конца нормальной проведенной параллельно прямой, имѣющей извѣстное положеніе, зависящее отъ обстоятельствъ освѣщенія.

Въ случаѣ солнечнаго свѣта отраженный лучь искомой блестящей точки долженъ быть параллеленъ прямой, которой положеніе опредѣляется слѣдующимъ образомъ. Чрезъ какую ни есть точку, взятую въ пространствѣ, проводятъ прямую параллельную данному солнечному лучу.

Изъ точки взятой на проведенной прямой опускаютъ перпендикуляръ на вертикальную плоскость проэкцій. Сему перпендикуляру долженъ быть параллеленъ отраженной лучъ искомой блестящей точки.

Раздѣляютъ по поламъ уголъ, составляемый симъ перпендикуляромъ и падающимъ лучемъ. Прямая, которая дѣлитъ по поламъ сей уголъ будетъ та, коей должна быть параллельна нормальная въ искомой блестящей точкѣ.

И такъ, параллельно сей прямой, строятъ нормальную къ данной поверхности; строятъ конецъ сей нормальной, который и будетъ искомою блестящею точкою.

51) Положимъ что, по изложенному нами, опредѣлена вспомогательная прямая, которой должна быть параллельна нормальная въ искомой блестящей точкѣ, и пусть предложенъ цилиндръ для построенія на ономъ блестящей точки при освѣщеніи солнечнымъ свѣтомъ.

Разрѣшеніе сего вопроса будетъ зависѣть отъ построенія нормальной къ цилиндру, параллельно данной прямой, а по тому отъ построенія касательной плоскости, перпендикулярной къ сей прямой. Но рѣшеніе сего вопроса въ цилиндрѣ возможно токмо тогда, когда сія плоскость параллельна производящимъ цилиндръ, а по тому когда вспомогательная прямая перпендикулярна къ производящимъ цилиндръ. Сіе условіе можетъ быть удовлетворено токмо въ частныхъ случаяхъ, а по тому, вообще, цилиндръ освѣщенный солнечнымъ свѣтомъ не имѣетъ блестящей точки.

Разсматривая сіи частные случаи замѣчаемъ, что естьли возможно проведеніе одной нормальной, параллельно вспомогательной прямой, то возможно проведеніе и безчисленнаго числа нормальныхъ, удовлетворяющихъ вопросу, ибо нормальныя въ точкахъ той же производящей цилиндра параллельны между собою. Изъ сего слѣдуетъ, что естьли одна изъ точекъ цилиндра, освѣщеннаго солнечнымъ свѣтомъ, будетъ блестящая, то и всѣ точки производящей, протянутой чрезъ оную точку, будутъ также блестящими. Сія производящая, составленная изъ блестящихъ точекъ на цилиндрѣ, освѣщенномъ солнечнымъ свѣтомъ, называется *блестящимъ ребромъ*, и, какъ изъ изложеннаго видно, существуетъ токмо въ частномъ случаѣ.

52) Разсматривая поверхность цилиндра, относительно къ лучамъ отраженія отъ различныхъ ея точекъ, легко открываемъ особенное свойство оной, по которому отраженные лучи отъ точекъ одной и той же производящей между собою параллельны; ибо падающіе лучи параллельны между собою и нормальныя для точекъ той же производящей также между собою параллельны. Плоскость проходящая чрезъ всѣ отраженные лучи отъ точекъ той же производящей, а по тому опредѣляемая сею производящею и однимъ изъ сихъ лучей, называется *плоскостію равнаго отраженія*. Для всякой производящей цилиндра существуетъ принадлежащая оной плоскость равнаго отраженія.

53) Мы сказали (§ 51) что блестящее ребро существуетъ на цилиндрѣ, освѣщенномъ солнечнымъ свѣтомъ, токмо въ частномъ случаѣ. Замѣтимъ, что цилиндръ, вообще, имѣетъ на освѣщенной онаго части, полосу, которая свѣтлѣе прочихъ частей, и кажется тѣмъ сильнѣе свѣтомъ, чѣмъ болѣе выглажена поверхность цилиндра. Свѣтъ сей полосы яркостію не можетъ равняться съ полосою, соотвѣтствующею блестящему ребру, но тѣмъ не менѣе выказывается въ сравненіи съ прочею освѣщенною частію цилиндра. Производящая соотвѣтствующая сей полосѣ, для отличія отъ блестящаго ребра, называется *свѣтлымъ ребромъ*, и соотвѣтствуетъ плоскости равнаго отраженія перпендикулярной къ плоскости геометрическаго возвышенія, то есть, къ вертикальной плоскости проэкцій.

Хотя плоскости равнаго отраженія, принадлежащія блестящему и свѣтлому ребрамъ, обѣ перпендикулярны къ вертикальной плоскости проэкцій; но разность состоитъ въ томъ, что въ блестящемъ ребрѣ, кромѣ того, всѣ лучи отраженія перпендикулярны къ вертикальной плоскости проэкцій, а въ свѣтломъ ребрѣ оные составляютъ токмо плоскость перпендикулярную къ сей послѣдней плоскости.

По сему для опредѣленія свѣтлаго ребра на данномъ цилиндрѣ, освѣщенномъ солнечнымъ свѣтомъ, должно построить плоскость равнаго отраженія, перпендикулярную къ вертикальной плоскости проэкцій. Сія плоскость пресѣчетъ цилиндръ въ производящей, которая и будетъ искомымъ свѣтлымъ ребромъ.

54) *Приложеніе* VII. Построить свѣтлое ребро на данномъ цилиндрѣ, освѣщенномъ солнечнымъ свѣтомъ.

Для сего чрезъ произвольно взятую точку въ пространствѣ проводятъ плоскость, перпендикулярную къ производящимъ даннаго цилиндра. Строятъ кривую пресѣченія сей вспомогательной плоскости съ цилиндромъ.

На сей же вспомогательной плоскости строятъ проэкцію даннаго солнечнаго луча.

Чрезъ произвольно взятую производящую проводятъ плоскость, перпендикулярную къ вертикальной плоскости проэкцій. Строятъ пресѣченіе сей плоскости съ вспомогательною плоскостію.

Такимъ образомъ въ плоскости вспомогательной, перпендикулярной къ производящимъ цилиндръ, будутъ имѣть: 1) кривую пресѣченія оной съ цилиндромъ; 2) проэкцію солнечнаго луча; 3) прямую пресѣченія сей плоскости съ плоскостію перпендикулярною къ вертикальной плоскости проэкцій, которая прямая показываетъ направленіе отраженныхъ лучей изъ точекъ искомаго свѣтлаго ребра.

Сіи три геометрическія величины: кривую и двѣ прямыя, посредствомъ содержащей ихъ вспомогательной плоскости, совмѣщаютъ съ одною изъ плоскостей проэкцій. Раздѣляютъ по поламъ уголъ составленный сими прямыми. Прямая, дѣлящая сей уголъ, покажетъ направленіе нормальной въ точкѣ, соотвѣтствующей свѣтлому ребру.

Параллельно сей прямой проводятъ нормальную къ совмѣщенной кривой. Сія нормальная, по поднятіи оной въ пространство, будетъ нормальною къ самому цилиндру, ибо кривая, къ которой оная проведена, находится въ плоскости, перпендикулярной къ его производящимъ.

Конецъ сей нормальной поднимаютъ въ пространство. Чрезъ сію поднятую на цилиндръ точку проводятъ производящую цилиндръ, которая и будетъ, на освѣщенной части цилиндра, искомымъ свѣтлымъ ребромъ, по тому, что отраженный лучъ изъ поднятой точки, а по сему и отраженные лучи изъ всѣхъ точекъ сей производящей параллельны прямой, находящейся въ плоскости, проведенной чрезъ производящую цилиндръ, перпендикулярно къ вертикальной плоскости проэкцій, слѣдовательно сіи отраженные лучи составятъ плоскость равнаго отраженія, перпендикулярную къ вертикальной плоскости проэкцій.

55) Коническая поверхность, по сходству ея производства съ производствомъ цилиндра, относительно къ касательнымъ плоскостямъ и къ нормальнымъ, представляетъ сходственныя съ сею послѣднею свойства. Разсуж-

*

дая, что въ конусѣ, какъ и въ цилиндрѣ (51), рѣшеніе вопроса о проведеніи нормальной, параллельно данной прямой, возможно токмо въ маломъ числѣ частныхъ случаевъ, и именно тогда токмо, когда плоскость проходящая чрезъ вершину конуса перпендикулярно къ сей прямой будетъ касательна къ конусу, усмотримъ, что, вообще, конусъ освѣщенный солнечнымъ свѣтомъ блестящей точки не имѣетъ.

Допустивъ же, что условіе, которому необходимо удовлетворить для проведенія къ конусу нормальной параллельно прямой, раздѣляющей по поламъ уголъ, составленный солнечнымъ лучемъ и перпендикуляромъ къ вертикальной плоскости проэкцій, можетъ быть удовлетворено, ясно будетъ, что въ случаѣ существованія блестящей точки на конусѣ будетъ существовать на ономъ и *блестящее ребро*, то есть производящая, проходящая чрезъ найденную блестящую точку.

56) На параллелизмѣ между собою нормальныхъ, въ точкахъ той же производящей конуса, на которомъ основывается и существованіе, въ нѣкоторыхъ частныхъ случаяхъ, блестящаго ребра на конусѣ, будетъ основываться и существованіе, для каждой его производящей, какъ и въ цилиндрѣ, плоскости *равнаго отраженія*. Сія плоскость, для какой ни есть производящей, заключаетъ въ себѣ всѣ отраженные отъ оной лучи, по ихъ параллелизму, а по тому опредѣляется однимъ изъ сихъ лучей и сею производящею. Между всѣми таковыми плоскостями равнаго отраженія, въ конусѣ, какъ и въ цилиндрѣ § 53, замѣчаютъ ту производящую, которая соотвѣтствуетъ плоскости равнаго отраженія, перпендикулярной къ вертикальной плоскости проэкцій, и которая, находясь на освѣщенной части поверхности, кажется освѣщенною болѣе прочихъ, а по тому и называется *свѣтлымъ ребромъ* конуса.

Для построенія свѣтлаго ребра на конусѣ, должно построить плоскость равнаго отраженія, перпендикулярную къ вертикальной плоскости проэкцій. Сія плоскость пресѣчетъ конусъ въ производящей, которая, находясь на освѣщенной части поверхности, по опредѣленію будетъ искомымъ свѣтлымъ ребромъ.

57 *Приложеніе* VIII. Построить свѣтлое ребро на конусѣ, освѣщенномъ солнечнымъ свѣтомъ.

При построеніи свѣтлаго ребра на конусѣ должно построить вспомогательную кривую, касательную къ горизонтальнымъ слѣдамъ плоскостей равнаго отраженія. Сія кривая опредѣлится тѣмъ съ большею точностію,

чѣмъ многоугольникъ, составленный послѣдовательными слѣдами сихъ плоскостей, будетъ имѣть болѣе сторонъ; то есть, чѣмъ плоскости равнаго отраженія, принимаемыя въ разсужденіе при семъ построеніи, будутъ взяты въ ближайшемъ взаимномъ разстояніи.

Для построенія вспомогательной кривой принимаютъ въ разсужденіе одну изъ освѣщенныхъ производящихъ предложеннаго конуса, и точку на оной, для большей простоты, общую съ основаніемъ конуса.

Изъ сей принятой въ разсужденіе точки строятъ отраженной лучъ, а для сего проводятъ въ оной точкѣ: 1) нормальную къ данному конусу; 2) прямую параллельную данному солнечному лучу. Изъ точки, произвольно взятой на сей послѣдней прямой опускаютъ перпендикуляръ на производящую; строятъ конецъ онаго; продолжаютъ перпендикуляръ внизъ производящей на разстояніе между точкою изъ которой опущенъ перпендикуляръ и производящею; конецъ сего отложеннаго разстоянія соединяютъ съ точкою, принятою въ разсужденіе на производящей (§§ 3 и 47). Соединяющая прямая будетъ лучемъ отраженнымъ, ибо по равенству двухъ прямоугольныхъ треугольниковъ чертежа докажется легко сопряженіе, которому должны удовлетворять въ точкѣ паденія: падающій лучъ, нормальная, и лучъ отраженный.

Чрезъ принятую въ разсужденіе производящую и построенный отраженный лучъ проводятъ плоскость; строятъ горизонтальный слѣдъ сей плоскости, который и будетъ одною изъ касательныхъ къ искомой вспомогательной кривой, ибо построенная плоскость, принадлежащая сему слѣду, есть плоскость равнаго отраженія.

Повторяютъ описанное нами строеніе произвольное число разъ, для полученія большаго числа касательныхъ. Въ составленный оными многоугольникъ вписываютъ кривую, касательную къ его сторонамъ, которая и будетъ искомою вспомогательною кривою.

Къ построенной вспомогательной кривой проводятъ касательную, перпендикулярную къ оси проэкцій. Сія касательная будетъ слѣдомъ плоскости равнаго отраженія искомаго свѣтлаго ребра, по тому, что сія плоскость должна быть перпендикулярна къ вертикальной плоскости проэкцій, слѣдовательно горизонтальный ея слѣдъ будетъ перпендикуляренъ къ оси проэкцій.

Строятъ точку встрѣчи сего горизонтальнаго слѣда съ основаніемъ конуса. Чрезъ сію точку проводятъ производящую, которая и будетъ, на освѣщенной части искомымъ свѣтлымъ ребромъ конуса, по тому, что соеди-

иметъ точку, общую слѣду ея плоскости отраженія и основанію конуса, съ вершиною онаго, слѣдовательно принадлежитъ конусу и сей плоскости.

58) *Приложеніе* IX. Построить блестящую точку на поверхности вращенія, освѣщенной солнечнымъ свѣтомъ.

Для разрѣшенія сего вопроса строятъ прямую, которой должна быть параллельна нормальная къ поверхности въ искомой блестящей точкѣ (§ 41).

Для построенія сей прямой берутъ произвольно точку на данномъ солнечномъ лучѣ; чрезъ сію точку опускаютъ перпендикуляръ на вертикальную плоскость проэкцій, который и покажетъ направленіе отраженнаго луча въ искомой блестящей точкѣ. Чрезъ сіи двѣ прямыя проводятъ плоскость, которая будетъ вертикально проэктирующею плоскостію даннаго солнечнаго луча.

Совмѣщаютъ сію плоскость и сіи двѣ прямыя съ горизонтальною плоскостію проэкцій. Строятъ прямую, раздѣляющую по поламъ уголъ, составленный сими совмѣщенными прямыми. Сія построенная прямая, по поднятіи оной въ пространство, покажетъ направленіе нормальной къ поверхности въ искомой блестящей точкѣ, ибо отъ поднятія въ пространство не перемѣнится взаимное положеніе сей прямой и прямыхъ, между которыми уголъ раздѣляется оною по поламъ.

Параллельно поднятой прямой проводятъ нормальную къ данной поверхности вращенія; конецъ сей нормальной, на освѣщенной части поверхности, будетъ искомою блестящею точкою; ибо, предположивъ, что чрезъ сей конецъ проведены падающій лучъ и перпендикуляръ къ вертикальной плоскости проэкцій, усмотримъ, что такъ какъ нормальная и сіи двѣ прямыя параллельны тремъ вспомогательнымъ прямымъ вопроса, то между ими существуетъ то же самое сопряженіе, какъ и между сими послѣдними, а потому построенная точка на поверхности будетъ имѣть отраженнымъ лучемъ перпендикуляръ къ плоскости вертикальной проэкцій.

Прибавленіе. Въ приложеніяхъ VII, VIII, и IX, не приступая къ разрѣшенію оныхъ, строятся предварительно кривыя линіи отдѣла свѣта отъ тѣни на данныхъ цилиндрѣ, конусѣ и поверхности вращенія, сообразно съ изложеннымъ нами (§§ 11, 13, и 14). Сіе построеніе служитъ вообще къ яснѣйшему постиженію всѣхъ обстоятельствъ освѣщенія сихъ поверхностей и къ избранію геометрическихъ величинъ, входящихъ въ рѣшеніе вопроса и которыя будутъ находиться на освѣщенныхъ частяхъ поверхности.

Примѣры.

59) *Примѣръ* 1. Построить свѣтлое ребро на цилиндрѣ (*осн.* ABDC, *произ.* AE, A′E′), освѣщенномъ солнечнымъ свѣтомъ (*лучъ* MN, M′N′). *Черт.* IX. (см. *Прил.* VII, § 54).

Проводятъ плоскость (XY, YX′) перпендикулярную къ производящимъ даннаго цилиндра. Строятъ кривую пресѣченія сей плоскости съ цилиндромъ; сія кривая будетъ (OEL, O′E′L′).

Строятъ проэкцію даннаго солнечнаго луча (MN, M′N′) на сей плоскости, которая и будетъ прямою (*mn*, *m′n′*).

Чрезъ произвольно взятую производящую (AE, A′E′) проводятъ плоскость (FA′, A′E′) перпендикулярную къ вертикальной плоскости проэкцій. Строятъ прямую (*e*G, A′E′) пресѣченія сей плоскости съ вспомогательною плоскостію (XY, YX′).

Построенныя: кривую (EOL, E′O′L′) и прямыя (*mn*, *m′n′*) и (*e*G, A′E′) совмѣщаютъ около слѣда содержащей ихъ плоскости (XY, YX′) съ вертикальною плоскостію проэкцій. Получатъ въ совмѣщеніи, соотвѣтственно: кривую (*opl*), прямыя (*m″n″*) и (A′*n″*).

Параллельно прямой (*n″q*), раздѣляющей по поламъ уголъ, составляемый совмѣщенными прямыми, проводятъ нормальную къ совмѣщенной кривой. Здѣсь получатъ двѣ нормальныя (*ot*) и (*lu*).

Концы сихъ нормальныхъ, то есть точки (*o*) и (*l*), поднимаютъ въ пространство. Поднятыя точки въ пространствѣ будутъ, соотвѣтственно: (O, O′) и (L, L′).

Избираютъ изъ нихъ точку (O, O′) находящуюся на освѣщенной части даннаго цилиндра.

Чрезъ сію точку (O, O′) проводятъ производящую (BO, B′O′), которая и будетъ искомымъ свѣтлымъ ребромъ цилиндра.

60) *Примѣръ* 2, Построить блестящую точку на поверхности вращенія (*произ.* A*m*, B′A′*n*, *ось m*, *on*), освѣщенной солнечнымъ свѣтомъ (*лучъ* P*p*, P′*p′*) (§ 58 *Прил.* IX) (*Черт.* X).

Изъ произвольно взятой точки (M, M′) въ пространствѣ проводятъ прямую (MN, M′N′) параллельную солнечному лучу (P*p*, P′*p′*), и перпендикуляръ (MO, M′) къ вертикальной плоскости проэкцій.

Чрезъ сіи двѣ прямыя проводятъ плоскость (NQ, QM′), которую и совмѣщаютъ, вмѣстѣ съ сими прямыми, съ горизонтальною плоскостію проэкцій. Совмѣщенныя прямыя будутъ (RN) и (RT).

Строятъ прямую (RV) раздѣляющую по поламъ уголъ (NRt) составленный сими совмѣщенными прямыми. Сія, раздѣляющая по поламъ уголъ, прямая, поднятая въ пространство, будетъ прямою (VM, QM′).

Параллельно сей прямой (VM, QM′) строятъ нормальную къ поверхности вращенія. Здѣсь будетъ двѣ нормальныхъ: (D*m*, D′E′) и (H*m*, H′F′).

Изъ концевъ (D, D′) и (H, H′) сихъ нормальныхъ избираютъ ту точку (D, D′), которая находится на освѣщенной части поверхности. Сія точка (D, D′) будетъ искомою блестящею точкою.

III. О блестящихъ точкахъ въ случаѣ свѣтящейся точки.

61) Вопросы предлагаемые о нахожденіи блестящихъ точекъ на данныхъ поверхностяхъ, при освѣщеніи ихъ свѣтящеюся точкою, разрѣшаются посредствомъ свойства поверхностей, относительно къ блестящимъ точкамъ, изложеннаго нами выше (§ 45). Сіе свойство состоитъ въ томъ, что блестящая точка на поверхности будетъ блестящею точкою какъ касательной плоскости въ сей точкѣ къ поверхности, такъ и нормальной въ оной же точкѣ къ поверхности.

Не приступая еще къ построенію блестящихъ точекъ на различныхъ поверхностяхъ въ случаѣ свѣтящейся точки, изложимъ нѣкоторыя предварительныя построенія, относящіяся къ прямой линіи и къ плоскости, освѣщеннымъ свѣтящеюся точкою.

62) *Приложеніе* X. Построить блестящую точку на данной прямой, находящейся съ данною свѣтящеюся точкою въ той же плоскости, перпендикулярной къ вертикальной плоскости проэкцій.

Совмѣщаютъ плоскость, содержащую данную прямую и свѣтящуюся точку, съ горизонтальною плоскостію проэкцій.

Строятъ въ семъ совмѣщеніи сію прямую и свѣтящуюся точку.

Строятъ на сей прямой блестящую точку (§ 49, *гдѣ вспомогательная прямая tu должна быть перпендикулярна къ вертикальной плоскости проэкцій*).

Сія построенная блестящая точка, поднятая въ пространство, будетъ искомою блестящею точкою на данной прямой, ибо отъ сего поднятія ни

мало не измѣнилось взаимное положеніе данныхъ вопроса, то есть свѣтящейся точки и данной прямой.

63) *Приложеніе* XI. Построить блестящую точку на данной плоскости, при освѣщеніи оной свѣтящеюся точкою. (§ § 47 и 48, *гдѣ вспомогательная прямая Ui должна быть перпендикулярна къ вертикальной плоскости проэкцій*).

Изъ данной свѣтящейся точки опускаютъ перпендикуляръ на данную плоскость, и строятъ конецъ сего перпендикуляра.

Отъ конца онаго, внизъ плоскости, отлагаютъ разстояніе, равное находящемуся между свѣтящеюся точкою и плоскостію. Конецъ сего разстоянія будетъ *точкою схода* отраженныхъ лучей.

Но отраженный лучъ искомой блестящей точки долженъ быть перпендикуляренъ къ вертикальной плоскости проэкцій; по чему чрезъ построенную точку схода опускаютъ перпендикуляръ на вертикальную плоскость проэкцій.

Строятъ точку пресѣченія сего перпендикуляра съ данною плоскостію.

Сія точка будетъ искомою блестящею точкою плоскости, ибо, находясь на ся отраженномъ лучѣ и на данной плоскости въ тоже время, оная должна служить точкою пресѣченія сего луча съ плоскостію.

64) *Приложеніе* XII. Построить блестящую точку на цилиндрѣ, освѣщенномъ свѣтящеюся точкою.

Блестящая точка на цилиндрѣ должна быть блестящею точкою и на касательной плоскости въ оной точкѣ къ цилиндру, а по сему оная будетъ общею точкою: поверхности цилиндра и кривой составленной блестящими точками на различныхъ плоскостяхъ касательныхъ къ цилиндру.

Для построенія кривой составленной блестящими точками на плоскостяхъ касательныхъ къ цилиндру:

Принимаютъ въ разсужденіе одну изъ производящихъ, находящихся на освѣщенной части цилиндра.

Строятъ въ сей производящей касательную плоскость къ цилиндру.

Строятъ на сей плоскости, при освѣщеніи оной данною свѣтящеюся точкою, блестящую точку (§ 63. *Прил.* XI).

Повторяютъ сіе строеніе столько разъ, сколько нужно получить точекъ для вѣрнѣйшаго очертанія искомой кривой.

Для построенія точки встрѣчи построенной кривой съ цилиндромъ:

Принимаютъ сію кривую за направляющую вспомогательнаго цилиндра, котораго производящія были бы параллельны производящимъ даннаго цилиндра. Строятъ основаніе сего вспомогательнаго цилиндра.

Чрезъ точку общую основаніямъ: вспомогательнаго и даннаго цилиндровъ проводятъ производящую вспомогательнаго цилиндра, которая будетъ производящею и даннаго цилиндра, ибо имѣетъ точку на его основаніи, и при томъ производящія обоихъ цилиндровъ параллельны между собою (*).

Сія производящая вспомогательнаго цилиндра встрѣтитъ его кривую направляющую, составленную изъ блестящихъ точекъ на касательныхъ плоскостяхъ къ данному цилиндру. Строятъ сію точку встрѣчи, которая и будетъ искомою блестящею точкою, ибо служитъ пресѣченіемъ вспомогательной кривой съ одною изъ производящихъ даннаго цилиндра, а по тому съ самымъ даннымъ цилиндромъ.

65) *Приложеніе* XIII. Построить блестящую точку на конусѣ, освѣщенномъ свѣтящеюся точкою.

Блестящая точка на конусѣ должна быть блестящею точкою и на касательной плоскости въ оной точкѣ къ конусу, а по сему оная будетъ общею точкою: поверхности конуса и кривой составленной блестящими точками на различныхъ плоскостяхъ, касательныхъ къ конусу.

Для построенія кривой, составленной блестящими точками на плоскостяхъ, касательныхъ къ данному конусу:

Принимаютъ въ разсужденіе одну изъ производящихъ, находящихся на освѣщенной части конуса.

Строятъ въ сей производящей касательную плоскость къ конусу.

Строятъ на сей плоскости, при освѣщеніи оной данною свѣтящеюся точкою, блестящую точку (§ 63. *Прил.* XI.)

(*) Основанія цилиндровъ: вспомогательнаго и даннаго не будутъ имѣть иныхъ точекъ встрѣчи, кромѣ точекъ касанія, ибо направляющая вспомогательнаго цилиндра находится на плоскостяхъ, касательныхъ къ данному цилиндру, а по тому производящія вспомогательнаго цилиндра совпадутъ, каждая съ принадлежащею оной, съ соотвѣтствующими имъ касательными плоскостями къ данному цилиндру; слѣдовательно точки пресѣченія сихъ производящихъ съ горизонтальною плоскостію проэкцій, будутъ находиться, каждая на принадлежащемъ оной, на горизонтальныхъ слѣдахъ помянутыхъ касательныхъ плоскостей, то есть на прямыхъ, касательныхъ къ основанію даннаго цилиндра.

Повторяютъ сіе строеніе столько разъ, сколько нужно построить точекъ для вѣрнѣйшаго очертанія искомой кривой.

Для построенія точки встрѣчи построенной кривой съ конусомъ:

Принимаютъ сію кривую за направляющую вспомогательнаго конуса, котораго вершина находилась бы въ вершинѣ даннаго конуса.

Чрезъ точку, общую основаніямъ: вспомогательнаго и даннаго конусовъ проводятъ производящую вспомогательнаго конуса, которая будетъ и производящею даннаго конуса, ибо имѣетъ точку на его основаніи, и при томъ оба конуса имѣютъ общую вершину (*).

Сія производящая вспомогательнаго конуса встрѣтитъ его кривую направляющую, составленную изъ блестящихъ точекъ на касательныхъ плоскостяхъ къ данному конусу. Строятъ сію точку встрѣчи, которая и будетъ искомою блестящею точкою, ибо служитъ пресѣченіемъ вспомогательной кривой съ одною изъ производящихъ даннаго конуса, а по тому съ самымъ даннымъ конусомъ.

66) *Приложеніе* XIV. Построить блестящую точку на поверхности вращенія, освѣщенной свѣтящеюся точкою.

Блестящая точка на поверхности вращенія должна быть блестящею точкою и на нормальной въ сей точкѣ къ поверхности вращенія.

Плоскость отраженія искомой блестящей точки должна заключать три прямыя: лучъ падающій, нормальную въ искомой блестящей точкѣ, и лучъ отраженный отъ искомой блестящей точки. Заключая лучъ падающій, сія плоскость содержитъ данную свѣтящуюся точку; заключая лучъ отраженный оная плоскость содержитъ перпендикуляръ къ вертикальной плоскости проэкцій; а по тому плоскость отраженія искомой блестящей точки будетъ содержать перпендикуляръ, опущенный изъ данной свѣтящейся точки на вертикальную плоскость проэкцій.

(*) Основанія конусовъ: вспомогательнаго и даннаго не будутъ имѣть иныхъ точекъ встрѣчи, кромѣ точекъ касанія, ибо направляющая вспомогательнаго конуса находится на плоскостяхъ, касательныхъ къ данному конусу; а по тому производящія вспомогательнаго конуса совпадутъ, каждая съ принадлежащею оной, съ соотвѣтствующими имъ касательными плоскостями къ данному конусу; слѣдовательно точки пресѣченія сихъ производящихъ съ горизонтальною плоскостію проэкцій будутъ находиться, каждая на принадлежащемъ оной, на горизонтальныхъ слѣдахъ помянутыхъ касательныхъ плоскостей, то есть на прямыхъ, касательныхъ къ основанію даннаго конуса.

Строятъ перпендикуляръ опущенный изъ свѣтящейся точки на вертикальную плоскость проэкцій. Сей перпендикуляръ, по изложенному находясь въ той же плоскости съ нормальною искомой блестящей точки, долженъ встрѣтить сію нормальную; а по тому нормальная, искомой блестящей точки, къ поверхности вращенія будетъ принадлежать системѣ нормальныхъ, проведенныхъ чрезъ различныя точки сего перпендикуляра къ поверхности вращенія, а искомая блестящая точка будетъ находиться на кривой составленной концами сихъ нормальныхъ.

При томъ искомая блестящая точка должна быть блестящею точкою на нормальной въ сей точкѣ къ поверхности вращенія, слѣдовательно будетъ находиться на кривой, составленной блестящими точками на упомянутыхъ нормальныхъ.

Искомая блестящая точка находясь въ тоже время: 1) на кривой, составленной концами помянутыхъ нормальныхъ; 2) на кривой, составленной блестящими точками на сихъ нормальныхъ, будетъ точкою пресѣченія сихъ двухъ вспомогательныхъ кривыхъ.

Для построенія кривой составленной концами нормальныхъ:

На вспомогательномъ перпендикулярѣ принимаютъ въ разсужденіе точку, изъ которой проводятъ нормальную къ данной поверхности вращенія.

Строятъ конецъ сей нормальной (*); повторяютъ сіе строеніе достаточное число разъ для точнаго очертанія искомой кривой.

Для построенія кривой составленной блестящими точками на нормальныхъ:

Принимаютъ въ разсужденіе одну изъ нормальныхъ въ точкахъ первой кривой.

Строятъ на сей нормальной, при освѣщеніи ея данною свѣтящеюся точкою, блестящую точку. Вспомогательная для сего построенія плоскость, проходя чрезъ сію нормальную и вспомогательный перпендикуляръ, опущенный изъ свѣтящейся точки на вертикальную плоскость проэкцій, будетъ перпендикулярна къ вертикальной плоскости проэкцій, а по сему вопросъ о построеніи блестящей точки на нормальной разрѣшится по вышеизложенному. (62. *Прилож.* X).

(*) Построенный конецъ долженъ находиться на освѣщенной части поверхности, а по сему и нормальная должна быть избрана, имѣя въ виду сіе условіе; иначе должно будетъ перейти къ другой нормальной, и такъ далѣе.

Повторяютъ сіе строеніе достаточное число разъ для точнаго очертанія искомой кривой.

Строятъ точку встрѣчи двухъ построенныхъ вспомогательныхъ кривыхъ, которыя будутъ находиться на той же поверхности, составленной принятыми въ разсужденіе нормальными; сія точка будетъ искомою блестящею точкою.

Прибавленіе. Въ приложеніяхъ XII, XIII, и XIV, не преступая къ разрѣшенію оныхъ, строятся предварительно кривыя линіи отдѣла свѣта отъ тѣни на данныхъ: цилиндрѣ, конусѣ и поверхности вращенія, сообразно съ изложеннымъ нами (*Прилож.* III, §§ 23, 25, 26). Сіе построеніе служитъ вообще къ яснѣйшему постиженію всѣхъ обстоятельствъ освѣщенія сихъ поверхностей и къ избранію геометрическихъ величинъ, входящихъ въ рѣшеніе вопросовъ, такъ, чтобъ онѣ находились на освѣщенныхъ частяхъ поверхностей.

Примѣры.

67) *Примѣръ* 1. Построить блестящую точку на данной плоскости (BA, AB′), освѣщенной свѣтящеюся точкою (S, S′) (63. *Прилож.* II) (Черт. VI. Фиг. 2)

Изъ данной свѣтящейся точки (S, S′) опускаютъ перпендикуляръ (SC, S′C′) на данную плоскость. Строятъ конецъ (C, C′) сего перпендикуляра на сей плоскости.

Отъ сего конца (C, C′), внизъ плоскости, отлагаютъ, на продолженіе перпендикуляра, разстояніе (CD, C′D′), равное длинѣ (SC, S′C′) опущеннаго на данную плоскость перпендикуляра. Конецъ сего разстоянія будетъ точкою (D, D′) схода всѣхъ отраженныхъ лучей данной плоскости.

Изъ построенной предъ симъ точки схода (D, D′) опускаютъ перпендикуляръ (DE, D′) на вертикальную плоскость проэкцій. Строятъ точку (E, D′) пресѣченія сего перпендикуляра съ данною плоскостію. Сія точка (E, D′) будетъ искомою блестящею точкою на данной плоскости, ибо, для оной точки, отраженный лучъ (DE, D′) перпендикуляренъ къ вертикальной плоскости проэкцій.

68) *Примѣръ* 2. Построить блестящую точку на конусѣ [*осн.* ACB, *вер.* (O, O′)], освѣщенномъ свѣтящеюся точкою (S, S′) (65. *Прилож.* XIII) (Черт. XI, фиг. I.)

Принимаютъ въ разсужденіе какую ни есть точку (m, n) на освѣщенной дугѣ основанія даннаго конуса. Въ сей точкѣ проводятъ касательную плоскость $(mo, op.)$ къ конусу.

На сей плоскости $(mo, op.)$, относительно къ данной свѣтящейся точкѣ (S, S'), строятъ блестящую точку (67). Сія точка будетъ (x, x').

Повторивъ сіе строеніе для касательныхъ плоскостей $(m'o', o'p')$, $(m''o'', o''p')$, и. т. д. къ конусу, получатъ на оныхъ, соотвѣтственно, блестящія точки (y, y'), (z, z'), и. т. д.

Кривая $(xyz\ldots, x'y'z'\ldots)$, начерченная чрезъ построенныя точки (x, x'), (y, y'), (z, z'), и. т. д., будетъ вспомогательною кривою вопроса, составленною блестящими точками на различныхъ плоскостяхъ, касательныхъ къ данному конусу.

Принимаютъ въ разсужденіе на сей кривой точки (x, x'), (y, y') и. т. д. Чрезъ сіи точки и вершину (O, O') даннаго конуса приводятъ прямыя $(Ox, O'x')$, $(Oy, O'y')$, и. т. д., которыя будутъ производящими вспомогательнаго конуса, коего направляющею будетъ вспомогательная кривая, а вершиною — вершина даннаго конуса.

Строятъ точки пресѣченія (a, a'), (b, b'), и. т. д. сихъ производящихъ $(Ox, O'x')$, $(Oy, O'y')$, и. т. д. съ горизонтальною плоскостію проэкцій. Чрезъ сіи точки проводятъ кривую (abA), которая и будетъ основаніемъ вспомогательнаго конуса.

Строятъ точку касанія (A, D) основаній (abA) и (BCA) двухъ конусовъ: вспомогательнаго и даннаго. Чрезъ сію точку (A, D) проводятъ производящую, общую обоимъ конусамъ. Сія производящая будетъ (AO, DO').

Точка встрѣчи (M, M') сей производящей съ направляющею $(xyz\ldots, x'y'z'\ldots)$ вспомогательнаго конуса, будетъ точкою, общею вспомогательной кривой, составленной блестящими точками на касательныхъ плоскостяхъ къ данному конусу, и сему конусу; а по тому сія точка встрѣчи (M, M') будетъ искомою блестящею точкою даннаго конуса.

ДОПОЛНЕНІЕ КЪ КНИГАМЪ: ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ.

I. *Объ обстоятельствахъ освѣщенія тѣлъ, когда свѣтящіяся тѣла имѣютъ конечныя измѣренія.*

69) Положимъ, что свѣтящееся тѣло имѣетъ конечныя измѣренія, и вообразимъ въ пространствѣ присутствіе токмо свѣтящагося тѣла, непрозрачнаго освѣщеннаго тѣла, и поверхности, на которую отбрасывается тѣнь (*).

Проведемъ къ свѣтящемуся и освѣщенному тѣламъ касательную плоскость, и при томъ такъ, чтобъ оная упала по одну и туже сторону сихъ тѣлъ. Въ безконечно близкомъ отъ сей касательной плоскости разстояніи, предположимъ что проведена къ двумъ помянутымъ тѣламъ вторая касательная плоскость; оная пресѣчетъ первую касательную плоскость въ прямой, касательной къ обѣимъ поверхностямъ. Въ безконечно близкомъ разстояніи отъ сей второй плоскости предположимъ третію касательную плоскость къ помянутымъ поверхностямъ, которая также должна пресѣчь вторую касательную плоскость въ прямой, касательной къ обѣимъ поверхностямъ, и сія прямая пресѣченія находясь съ первою прямою въ той же плоскости, то есть во второй касательной плоскости, оную прямую пресѣчетъ. И такъ далѣе.

Такимъ образомъ получимъ систему прямыхъ, касательныхъ къ обѣимъ разсматриваемымъ поверхностямъ, пресѣкающихся по двѣ, которая система и составитъ *разверзающуюся поверхность,* обертывающую свѣтящееся и освѣщенное тѣла (**). На сей разверзающейся поверхности будутъ существовать двѣ кривыя: 1) кривая ея касанія къ данному освѣщенному тѣлу; 2) кривая ея пресѣченія съ поверхностію, на которую падаетъ или отбрасывается тѣнь.

(*) Свѣтъ падающій можетъ быть раздѣленъ на два рода: на *свѣтъ небесный* и на *свѣтъ земный*. Небесный свѣтъ происходитъ отъ солнца, отъ распространеннаго въ атмосферѣ свѣта называемаго *днемъ*, отъ луны, отъ звѣздъ, и проч.; а земный свѣтъ происходитъ вообще отъ огней, отъ свѣчъ, ламп, и проч. Лучи небеснаго свѣта вообще предполагаются параллельными между собою; а лучи земнаго свѣта весьма расходятся, ибо свѣтящіяся тѣла, служащія центромъ земнымъ свѣтиламъ, чрезмѣрно малы въ сравненіи съ объемами освѣщаемыхъ ими предметовъ. —

(**) О разверзающихся поверхностяхъ можно читать въ *Основаніяхъ Начертательной Геометріи*, изданныхъ мною 1821 года, статью: О плоскостяхъ касательныхъ ко многимъ поверхностямъ Стрн. 87.

Часть поверхности, принимающей тѣнь, находящаяся въ кривой пресѣченія, о которой мы упомянули, будетъ оттѣнена, ибо ни одинъ изъ лучей свѣта, по присудствію освѣщеннаго тѣла, не можетъ достигать до ея точекъ.

Часть освѣщенной поверхности, находящаяся, относительно къ свѣтящемуся тѣлу, за кривою касанія, о которой мы упомянули, будетъ также оттѣнена, ибо часть сей самой поверхности, обращенная къ свѣтящемуся тѣлу, препятствуетъ сему тѣлу подвергаться дѣйствію свѣта.

70) Вообразимъ, послѣ сего, рядъ касательныхъ плоскостей къ двумъ тѣламъ: освѣщенному и свѣтящемуся, но имѣющихъ такое положеніе, чтобъ сіи плоскости находились по одну сторону одного тѣла, и по другую сторону другаго тѣла. Послѣдовательныя прямыя пресѣченія сихъ плоскостей, по двѣ прилежащихъ, составятъ другую развертывающуюся поверхность, которая, какъ и первая поверхность, будетъ обертывать двѣ предложенныя поверхности; но такъ, что, относительно къ составляющимъ сію развертывающуюся поверхность прямымъ, одно тѣло будетъ лежать по одну, а другое по другую сторону оныхъ.

На сей развертывающейся поверхности будутъ существовать двѣ кривыя: 1) кривая ея касанія къ данному освѣщенному тѣлу; 2) кривая ея пресѣченія съ поверхностію, на которую падаетъ или отбрасывается тѣнь.

Часть поверхности, принимающей тѣнь, находящаяся въ кривой пресѣченія, о которой мы упомянули, будетъ имѣть то свойство, что изъ точекъ, внѣ оной лежащихъ, видно будетъ всё свѣтящееся тѣло, не смотря на присудствіе освѣщеннаго тѣла.

Часть освѣщенной поверхности, находящаяся, относительно къ свѣтящемуся тѣлу, предъ упомянутою нами кривою касанія, будетъ подвергаться свѣту отъ всего свѣтящагося тѣла.

71) Изъ сказаннаго нами видно (69 и 70), что на освѣщенной поверхности будутъ существовать двѣ кривыя касанія, происходящія отъ двухъ упомянутыхъ нами развертывающихся поверхностей. Оттѣненная часть сего тѣла, находящаяся за первою кривою касанія (69) будетъ оттѣнена, а находящаяся между сею первою кривою касанія и второю кривою касанія (70) хотя и будетъ оттѣнена, но свѣтлѣе первой. Часть поверхности, лежащая между сими кривыми касанія, называется *полутѣнью* (8). Наконецъ, за сею послѣднею кривою касанія, обращенная часть къ свѣтящемуся тѣлу, будетъ совершенно свѣтла.

На поверхности, на которую падаетъ или отбрасывается тѣнь отъ освѣщенной поверхности, будутъ существовать также двѣ кривыя пресѣченія двухъ разверзающихся поверхностей (69 и 70). Первая отѣненная часть сей поверхности будетъ заключаться въ кривой пресѣченія первой разверзающейся поверхности (69); а часть находящаяся между сею кривою пресѣченія и кривою пресѣченія второй разверзающейся поверхности (70) будетъ отѣнена, но свѣтлѣе первой части, и называется *полутѣнью.*

72) Относительно къ полутѣнямъ должно замѣтить, что точки ихъ поверхности, по мѣрѣ удаленія оныхъ отъ кривой касанія первой разверзающейся поверхности, будутъ казаться постепенно свѣтлѣе, ибо освѣщаются пуками лучей, постепенно имѣющими большее протяженіе, то есть находящими отъ большей части свѣтящагося тѣла. Тоже должно разумѣть о полутѣни находящейся на поверхности принимающей тѣнь. Сіи двѣ полутѣни, то есть полутѣнь на освѣщенномъ тѣлѣ, и полутѣнь на тѣлѣ, на которую отъ перваго тѣла отбрасывается тѣнь, прилично назвать: первую—*естественною*, а вторую—*падающею* полутѣнями.

73) Такъ какъ точное геометрическое опредѣленіе полутѣней во всякомъ случаѣ требуетъ весьма сложныхъ построеній, то мы и изложимъ нѣкоторыя наблюденія относительно къ ширинѣ оныхъ, которыя могутъ служить къ опредѣленію полутѣней приблизительнымъ образомъ.

Предположимъ, что разстояніе между освѣщеннымъ и свѣтящимся тѣлами постоянно. Легко замѣтить, что когда поверхность, на которую отбрасывается тѣнь, будетъ приближаться къ освѣщенному тѣлу, тогда линія, ограничивающая полутѣнь на оной, будетъ уменьшаться; и что, при удаленіи сей поверхности отъ освѣщеннаго тѣла, таже линія будетъ увеличиваться, откуда заключаемъ что протяженіе полутѣни находится въ прямомъ отношеніи съ разстояніемъ освѣщеннаго тѣла до поверхности, на которую оное отбрасываетъ тѣнь. При томъ сіе протяженіе зависитъ также отъ угла, составляемаго между собою производящими разверзающихся поверхностей, изъ которыхъ одна обертываетъ свѣтящееся и освѣщенное тѣла такъ, что производящія оной оставляютъ одно изъ нихъ по одну, а другое по другую сторону, а другая поверхность оставляетъ сіи тѣла по одну и ту же сторону, и отъ измѣреній свѣтящагося тѣла. Изъ сего слѣдуетъ, что на рисункахъ ширина полутѣни должна увеличиваться, при возрастаніи разстоянія между тѣломъ и отбрасываемою онымъ тѣнью.

74) Положимъ, что свѣтящееся и освѣщенное тѣла будутъ шары. Развертающіяся поверхности: первая (69) и вторая (70), въ семъ случаѣ, обращаются въ конусы, обертывающіе сіи шары. Вершина одного конуса будетъ находиться внѣ разстоянія между центрами шаровъ; вершина другаго конуса будетъ на семъ разстояніи. Производящія сихъ двухъ конусовъ будутъ составлять между собою уголъ, отъ котораго зависитъ ширина полутѣни.

Такъ какъ разстояніе между солнцемъ и земнымъ шаромъ можетъ быть принято, безъ чувствительной погрѣшности, постояннымъ, то уголъ между двумя производящими обертывающихъ поверхностей, отъ котораго зависитъ ширина полутѣни (73), будетъ одинаковъ, какого бы вида ни было тѣло, освѣщенное солнечнымъ свѣтомъ. Сей уголъ, измѣряющій, какъ обыкновенно говорится, видимый діаметръ солнца, равняется почти полуградусу (9); изъ чего, при предположеніи, что освѣщенное тѣло отбрасываетъ тѣнь на плоскость, принимаемою почти перпендикулярною къ направленію солнечнаго луча, и слѣдуетъ, что ширина полутѣни будетъ равняться почти $\frac{1}{115}$ части разстоянія между точкою падающей тѣни на плоскости и точкою освѣщеннаго тѣла отбрасывающею тѣнь (*). При всякомъ другомъ положеніи ширина полутѣни будетъ увеличиваться въ обратномъ отношеніи синуса угла, составляемаго плоскостію, принимающею тѣнь, съ направленіемъ свѣта. Естьли бы, на примѣръ, сей уголъ былъ въ 45°, то ширина полутѣни составляла бы $\frac{1}{8}$ часть разстоянія между точкою отбрасывающею тѣнь и соотвѣтствующею оной точкою падающей тѣни.

75) Мы сказали (71), что на освѣщенной поверхности будетъ также существовать полутѣнь. Обратимся къ сей поверхности, и примемъ въ разсужденіе, что два тѣла, свѣтящееся и освѣщенное, будутъ шары (74). Положимъ что пресѣченія сихъ шаровъ плоскостію будутъ круги, которыхъ центры находятся въ точкахъ A и B (*Черт.* XI *фиг.* 2), а радіусы, соотвѣтственно, AC и BD. Плоскость сихъ круговъ пресѣчетъ два обертывающіе конуса, проведенные къ симъ шарамъ, въ производящихъ CD и GF сихъ конусовъ. Дуга DE освѣщеннаго тѣла будетъ измѣрять протяженіе полутѣни. Но уголъ DBE

(*) Сіе разстояніе будетъ катетомъ прямоугольнаго при падающей тѣни треугольника, у котораго другой катетъ, показывающей ширину полутѣни, будетъ противолежать углу, равному полуградусу, а по сему отношеніе между сими двумя катетами будетъ равняться, весьма приблизительно, отношенію тангенса онъ полуградуса къ радіусу. Разстояніе между центрами земли и солнца равняется 23,578 земнымъ радіусамъ.

между нормальными BD и BE, соотвѣтствующими сей дугѣ, которая пропорціональна радіусу BD, равняется углу EFC между касательными; и отъ сего то послѣдняго угла будетъ зависѣть ширина полутѣни, равно какъ и отъ радіуса дуги DE. Изъ сего видно, что ширина полутѣни на освѣщенной поверхности зависитъ отъ угла составленнаго касательными и отъ радіуса, которому сія дуга пропорціональна.

При освѣщеніи солнечнымъ свѣтомъ, сей уголъ одинаковъ при всякомъ освѣщенномъ тѣлѣ и равняется почти полуградусу, изъ чего и слѣдуетъ, что ширина полутѣни на шарѣ будетъ равняться почти $\frac{1}{115}$ части радіуса:

Естьли же, вмѣсто шара, примемъ въ разсужденіе другое тѣло, тогда для опредѣленія ширины полутѣни въ точкѣ, взятой на линіи отдѣляющей освѣщенную часть отъ оттѣненной, должно построить въ сторону солнечнаго луча нормальную плоскость къ поверхности тѣла, и взять $\frac{1}{115}$ часть радіуса кривизны сѣченія сей плоскости съ поверхностію, что и опредѣлитъ ширину полутѣни.

76) Изъ сказаннаго нами видно, что, не принимая въ разсужденіе ни какихъ особенныхъ обстоятельствъ, но предположивъ присудствіе токмо тѣлъ освѣщеннаго, свѣтящагося, и принимающаго тѣнь: 1) въ случаѣ свѣтящейся точки, падающая тѣнь должна быть черна, одинакова по всему ея протяженію, и оканчиваться явственно и рѣзко ограничивающею ея линіею; 2) въ случаѣ свѣтящагося тѣла, имѣющаго конечныя измѣренія, сія ограничивающая кривая не должна быть означена рѣзко, но переходъ отъ черноты къ свѣтлой части будетъ постепененъ и нечувствителенъ.

77) *Приложеніе* XV. Построить полутѣнь на данной поверхности вращенія, и полутѣнь на плоскости горизонтальной проэкціи, при освѣщеніи свѣтящеюся поверхностію вращенія (69, 70, 71).

A) *Построеніе полутѣни на освѣщенной поверхности вращенія.*

Строятъ разверзающуюся поверхность, обертывающую двѣ данныя поверхности вращенія такъ, что бы сіи поверхности находились по одну сторону оной.

Для сего проводятъ общую касательную плоскость къ симъ двумъ поверхностямъ съ той же стороны. Строятъ точки касанія сей плоскости къ обѣимъ поверхностямъ. Проводятъ чрезъ сіи точки касанія прямую, которая и будетъ производящею разверзающейся вспомогательной поверхности. Замѣ-

чаютъ точку касанія оной къ освѣщенной поверхности, которая и будетъ одною изъ точекъ кривой, ограничивающей полутѣнь съ одной стороны.

Повторяютъ сіе строеніе столько разъ, сколько нужно для вѣрнаго очертанія сей первой кривой.

Строятъ другую развертающуюся поверхность, обертывающую данныя двѣ поверхности вращенія такъ, что бы сіи поверхности находились по обѣ стороны оной.

Для сего проводятъ общую касательную плоскость къ симъ двумъ поверхностямъ съ разныхъ сторонъ. Строятъ точки касанія сей плоскости къ обѣимъ поверхностямъ. Проводятъ чрезъ сіи точки касанія прямую, которая и будетъ производящею развертающейся вспомогательной поверхности. Замѣчаютъ точку касанія оной къ освѣщенной поверхности, которая и будетъ одною изъ точекъ кривой, ограничивающей полутѣнь съ другой стороны.

Повторяютъ сіе строеніе столько разъ, сколько нужно для точнаго очертанія сей кривой.

Часть освѣщенной поверхности, лежащая между построенными двумя кривыми, будетъ искомою полутѣнью на сей поверхности.

B) *Построеніе полутѣни на горизонтальной плоскости проэкцій.*

Строятъ кривыя пресѣченія съ горизонтальною плоскостію проэкцій двухъ построенныхъ вспомогательныхъ развертающихся поверхностей (A). Сіи кривыя опредѣляются по точкамъ, служащимъ пресѣченіями, съ горизонтальною плоскостію проэкцій, прямыхъ производящихъ сіи развертающіяся поверхности.

Часть горизонтальной плоскости проэкцій, между сими кривыми находящаяся, будетъ искомою полутѣнью на сей плоскости.

78) *Примѣръ.* Построить полутѣнь на данномъ шарѣ (*цент.* (A, A′) *рад.* AB), и полутѣнь на горизонтальной плоскости проэкцій, при освѣщеніи свѣтящимся шаромъ (*цент.* (S, S′) *рад.* ST) (77) (*Черт.* XII).

Въ предложенномъ вопросѣ вспомогательныя развертающіяся поверхности перемѣняются въ конусы, обертывающіе два предложенные шара (74).

A) *Построеніе полутѣни на освѣщенномъ шарѣ.*

Пресѣкаютъ два данные шара плоскостію (FF′, F′S′) проходящею чрезъ ихъ центры (A, A′) и (S, S′). Строятъ въ совмѣщеніи сей плоскости съ вертикальною плоскостію проэкцій большіе круги пресѣченія оной съ данными шарами. Сіи круги въ совмѣщеніи будутъ: (*цент.* a, *рад.* ad) и (*цент.* f, *рад.* se). Къ симъ двумъ кругамъ проводятъ касательную (dec), по одну сторону

сихъ круговъ. Строятъ точку (c) пресѣченія сей касательной съ прямою (asc), соединяющею центры сихъ круговъ.

Поднимаютъ сію точку (c) въ пространство: получатъ точку (C, C'), которая и будетъ вершиною перваго вспомогательнаго конуса.

Замѣчаютъ точку (d) касанія построенной касательной (dec) къ кругу (*рад.* ad), принадлежащему освѣщенному шару.

Сія точка поднятая въ пространство будетъ въ точкѣ (D, D'), которая и принадлежитъ кривой, ограничивающей съ одной стороны искомую полутѣнь.

Повторяютъ сіе строеніе нѣсколько разъ, и очертываютъ кривую (DHK, $D'H'K'$), которая и будетъ кривою касанія, къ освѣщенному шару, конуса обертывающаго оный изъ точки (C, C'), и вмѣстѣ кривою ограничивающею съ одной стороны искомую полутѣнь.

Къ тѣмъ же совмѣщеннымъ большимъ кругамъ (*рад.* ag) и (*рад.* se) проводятъ касательную (gbh), съ разныхъ сторонъ сихъ круговъ. Строятъ точку пресѣченія (b) сей касательной съ прямою (abc), соединяющею центры сихъ круговъ. Сія точка пресѣченія (b), поднятая въ пространство, будетъ находиться въ точкѣ (Q, Q'), которая и будетъ вершиною другаго вспомогательнаго конуса, обертывающаго два предложенные шара.

Замѣчаютъ точку касанія (g) построенной касательной къ кругу (*рад.* ag) находящемуся на освѣщенномъ шарѣ. Сія точка, поднятая въ пространство, будетъ въ точкѣ (G, G'), которая и будетъ принадлежать кривой, ограничивающей съ другой стороны искомую полутѣнь.

Повторяютъ сіе строеніе нѣсколько разъ, и очертываютъ кривую (GML, $G'M'L'$), которая и будетъ кривою касанія къ освѣщенному шару другаго вспомогательнаго конуса, обертывающаго сей шаръ изъ точки (Q, Q'), и вмѣстѣ кривою, ограничивающею съ другой стороны искомую полутѣнь.

Часть освѣщеннаго шара, находящаяся между построенными кривыми касанія (DKH, $D'K'H'$) и (GLM, $G'L'M'$), будетъ искомою полутѣнью (*).

(*) Сіи кривыя въ пространствѣ будутъ, очевидно, круги, — сѣченія шара плоскостями, проведенными перпендикулярно къ прямой, соединяющей центры шаровъ, чрезъ точки касанія прямыхъ касательныхъ къ кругамъ шаровъ, составляющимъ пресѣченія тою же плоскостію. Онѣ будутъ проэктироваться въ еллипсисахъ, которые могутъ быть также построены, какъ проэкціи кривыхъ пресѣченія даннаго освѣщеннаго шара двумя плоскостями, проходящими чрезъ точки касанія прямыхъ, касательныхъ къ двумъ кругамъ шаровъ, составляющимъ пресѣченія тою же плоскостію, чрезъ центры шаровъ проведенною.

B) *Построеніе полутѣни на горизонтальной плоскости проэкцій.*

Строятъ кривую пресѣченія съ горизонтальною плоскостію проэкцій перваго вспомогательнаго конуса, обертывающаго два предложенные шара, и котораго вершина есть точка (C, C'), а направляющая — кривая (DKH, D'K'H'). Получатъ кривую пресѣченія (*trq*).

Строятъ кривую пресѣченія съ горизонтальною плоскостію проэкцій другаго вспомогательнаго конуса, обертывающаго два предложенные шара, и котораго вершина въ точкѣ (Q, Q') и направляющая есть кривая (GLM, G'L'M'). Будутъ имѣть кривую пресѣченія (*mln*).

Часть горизонтальной плоскости проэкцій, между построенными кривыми (*trq*) и (*mln*), будетъ искомою полутѣнью, отбрасываемою предложеннымъ шаромъ (*цент.* (A, A'), *рад.* AB), которой освѣщается даннымъ шаромъ [*цент.* (S, S'), *рад.* ST].

79) Когда освѣщеніе имѣетъ мѣсто посредствомъ двухъ, трехъ, и болѣе свѣтящихся точекъ, тогда принимаютъ въ разсужденіе, отдѣльно, каждую изъ данныхъ свѣтящихся точекъ и непрозрачное освѣщенное тѣло. Строятъ, для каждой свѣтящейся точки, на данномъ освѣщенномъ тѣлѣ, кривую линію отдѣла свѣта отъ тѣни; полутѣни же, при освѣщеніи одною свѣтящеюся точкою, существовать не будетъ, ибо двѣ развертывающіяся поверхности, вспомогательныя при разрѣшеніи вопроса о полутѣняхъ, совпадаютъ въ одну, то есть обращаются въ конусъ, обертывающій изъ свѣтящейся точки предложенное освѣщенное тѣло. Строятъ также кривыя падающей тѣни на данное другое тѣло, принимая въ разсужденіе, отдѣльно, каждую свѣтящуюся точку и освѣщенное тѣло.

Такимъ образомъ, на освѣщенномъ тѣлѣ, будетъ существовать число кривыхъ отдѣла свѣта отъ тѣни, равное числу свѣтящихся точекъ. Часть тѣла лежащая внѣ сихъ кривыхъ, между оными и свѣтящимися точками, будетъ освѣщена; другая часть тѣла, ограниченная фигурою, составленною взаимнымъ пресѣченіемъ сихъ кривыхъ будетъ тѣнью; на конецъ третія часть, между тѣнью и освѣщенною частію находящаяся, будетъ полутѣнью на данномъ освѣщенномъ тѣлѣ.

Тѣло принимающее тѣнь будетъ заключать столько кривыхъ падающей тѣни, сколько будетъ свѣтящихся точекъ, и, относительно къ обстоятельствамъ освѣщенія перваго тѣла, должно различать три части онаго. Первая часть, находящаяся внѣ сихъ кривыхъ падающей тѣни, будетъ освѣ-

щена; вторая, заключенная фигурою, составленною взаимнымъ пресѣченіемъ сихъ кривыхъ, будетъ падающею тѣнью; и, наконецъ, третія часть, лежащая между сими двумя частями, будетъ падающею полутѣнью.

80) Когда данное тѣло, вмѣсто свѣтящихся точекъ, освѣщается фигурою, вершины угловъ которой находятся въ сихъ точкахъ, тогда построеніе естественной и падающей полутѣней совершенно одинаково съ изложеннымъ нами предъ симъ (79) для свѣтящихся точекъ. И такъ въ семъ случаѣ должно принять въ разсужденіе вершины угловъ сей свѣтящейся фигуры за свѣтящіяся точки, и, при семъ предположеніи, построить искомыя полутѣни. Разность состоитъ въ различномъ отъ перваго случая освѣщеніи свѣтлой части, и въ постепенности той плотности, которую должна имѣть полутѣнь.

II. О свѣтѣ и оптическихъ изображеніяхъ.

81) Сказанное нами, касательно особенныхъ свойствъ освѣщенныхъ тѣлъ, относилось къ тѣламъ *непрозрачнымъ*, которыя имѣютъ свойство сопротивляться стремленію свѣта, чтобъ ихъ проникнуть. Къ сему роду тѣлъ принадлежатъ: дерево, камень въ естественномъ видѣ, сукно, и проч: Лучь свѣта, упадая на поверхность таковыхъ тѣлъ, будетъ какъ бы изчезать, или отбрызгнетъ отъ ихъ поверхности въ нечувствительныхъ для зрѣнія нитяхъ, по всѣмъ направленіямъ. Явленіе представляемое свѣтомъ когда оный отбрызгиваетъ отъ поверхности непрозрачнаго тѣла называется *разсѣяніемъ;* а слабыя нити, отраженныя симъ тѣломъ во всѣ стороны, принимаютъ названіе *разсѣеваемаго свѣта*, или, иногда, называются *отсвѣтомъ*.

Другія тѣла, на противъ, имѣютъ свойство, по которому подверженныя дѣйствію свѣта отбрасываютъ лучь онаго безъ чувствительнаго измѣненія. Къ сему роду тѣлъ должно отнести полированную сталь, зеркальное стекло, и другія. Явленіе представляемое свѣтомъ когда оный отражается отъ поверхности таковыхъ тѣлъ, или отбрасывается сими тѣлами, называется *отраженіемъ*, а отбрасываемый свѣтъ принимаетъ названіе *отраженнаго свѣта*. Тѣла описаннаго рода извѣстны подъ названіемъ *зеркалъ* или *отражающихъ тѣлъ*.

Тѣла третьяго рода, какъ вода и стекло, имѣютъ свойство, по которому лучь свѣта падая на ихъ поверхность преломляется, проникая во внутренность оныхъ. Существующее при семъ явленіе свѣта называется *преломи-*

леніемъ, а лучи онаго принимаютъ названіе *преломленныхъ лучей.* Тѣла имѣющія свойство производить таковое явленіе называются *прозрачными.*

Изъ сего видно, что три явленія свѣта, при освѣщеніи тѣлъ, смотря по тому, когда сіи тѣла: *непрозрачныя, отражающія,* и *прозрачныя,* будутъ между собою разнствовать, и называются: *разсъваніемъ, отраженіемъ* и *преломленіемъ.* Первое изъ сихъ явленій, то есть разсѣваніе, доставляетъ способность усматривать тѣла.

82) Мы сказали что называется лучемъ паденія, плоскостію отраженія, угломъ отраженія (2 и 3); теперь упомянемъ, что лучемъ преломленія, или *лучемъ преломленнымъ,* называется прямая, по которой свѣтъ, при прикосновеніи къ прозрачному тѣлу, проникаетъ въ оное; *угломъ преломленія* называется уголъ составленный нормальною къ поверхности въ точкѣ паденія съ лучемъ преломленнымъ. Нормальная въ точкѣ паденія, падающій лучъ и преломленный лучъ находятся въ той же плоскости, называемой *плоскостію преломленія.* Мы сказали, что уголъ паденія равенъ углу отраженія; но замѣтимъ, относительно къ измѣненію отраженнаго луча, что сіе измѣненіе тѣмъ менѣе, чѣмъ глаже отражающее тѣло.

83) Изъ сего свойства отраженнаго луча происходитъ большое сходство между двумя явленіями свѣта: отраженіемъ и разсѣваніемъ.

Всѣ тѣла уменьшаются въ объемѣ при уменьшеніи ихъ температуры. Сіе показываетъ, что составныя ихъ частицы не лежатъ въ соприкосновеніи одна къ другой, и слѣдовательно что существуетъ болѣе или менѣе пустотъ между сими частицами. Таковое свойство тѣлъ называется *скважностію,* и, дознано опытами, что скважины находятся въ великомъ числѣ, и что самыя частицы тѣлъ чрезвычайно мелки; а по сему поверхность всякаго тѣла должно принимать за покрытую неровностями, представляющими различныя грани, которыя имѣютъ и различныя наклоненія.

Свѣтящаяся жидкость чрезмѣрно тонка; по сему каждый свѣтящійся лучъ, имѣющій чувствительную толщину, раздѣляется на безконечное множество нитей весьма отдѣльныхъ одна отъ другой, отражающихся по различнымъ направленіямъ, по мѣрѣ наклоненія граней, на которыя оный падаетъ; и сіе то дѣйствіе есть разсѣваніе.

По предположеніи, что имѣемъ тѣло чрезвычайной твердости, выполированное совершенно, усмотримъ, что оное не будетъ уже представлять безчисленнаго множества составныхъ граней, но представитъ рядъ площадей весь-

ма малыхъ, направленныхъ полировкою по касательнымъ плоскостямъ. Помянутыя площади будутъ, по сему, отражать весь свѣтъ, на оныя падающій, подъ одинаковымъ угломъ и въ той же плоскости отраженія, то есть по направленію того же луча. Сіе подтверждается степенью совершенства зеркалъ, которая тѣмъ увеличивается, чѣмъ тщательнѣе полировка стекла.

Изъ сего заключаемъ, что разсѣваніе уменьшается, а отраженіе увеличивается въ тоже время съ возрастаніемъ степени совершенства полировки тѣлъ. Но какъ бы ни была велика твердость полируемаго тѣла, какъ бы порошокъ для сего употребляемый ни былъ мѣлокъ, взаимное раздѣленіе частицъ выглаженнаго твердаго тѣла ни когда не можетъ быть уничтожено: порошокъ всегда производитъ полосы, такъ, что совершенно гладкаго тѣла существовать не можетъ, а по тому *съ отраженіемъ всегда сопряжено разсѣваніе.*

Разсѣваніе существуетъ и при преломленіи, а сіе послѣднее явленіе не можетъ имѣть мѣста безъ отраженія. И такъ лучъ, достигнувъ прозрачнаго тѣла отчасти разсѣвается, частію отражается, а изъ сего заключимъ, что свѣтъ преломленнаго луча бываетъ всегда слабѣе свѣта, производимаго лучемъ падающимъ.

84) Мы видѣли, что между падающимъ лучемъ и лучемъ отраженнымъ существуетъ сопряженіе, по которому, когда дано направленіе перваго, можно опредѣлить направленіе послѣдняго. Тоже самое можно сказать о лучахъ: падающемъ и преломленномъ, то есть, что по данному падающему лучу можно всегда опредѣлить лучь преломленный, когда даны по крайней мѣрѣ двѣ среды. Между лучемъ падающимъ и лучемъ преломленнымъ существуетъ сопряженіе, по которому *синусъ угла паденія и синусъ угла преломленія находятся въ томъ же отношеніи.* Сіе отношеніе измѣняется съ свойствомъ двухъ срединъ. Естьли двѣ среды будутъ воздухъ и вода, отношеніе сіе равняется 1,336; для воздуха и свинцоваго стекла (verre de plomb) оное отношеніе будетъ равно 1,987. Законъ измѣненія сего отношенія для различныхъ срединъ не извѣстенъ; но преломленіе возрастаетъ, чѣмъ болѣе послѣдняя среда представляетъ плотности и горючести, въ сравненіи съ первою.

При переходѣ свѣта изъ самой рѣдкой среды въ самую плотную, синусъ угла паденія всегда болѣе синуса угла преломленія, или, что всё тоже, при переходѣ въ среду большей плотности направленіе свѣта приближается къ нормальной.

На противъ того, когда свѣтъ переходитъ изъ среды большей плотности, то оный, входя во вторую среду, удаляется отъ положенія нормальной. Отношеніе синусовъ угловъ: паденія и преломленія содѣлывается обратнымъ Тогда относительно къ воздуху и къ водѣ существующее отношеніе 1,336 перемѣняется въ $\frac{1}{1,336}$, или въ 0, 748.

Изъ сего заключаемъ, когда лучъ по извѣстному направленію проходитъ сквозь одно или многія прозрачныя тѣла, что оный будетъ слѣдовать по тому же направленію и въ томъ случаѣ, когда исходящій лучъ, называемый *лучемъ возрожденнымъ*, содѣлается лучемъ падающимъ, то есть когда свѣтъ приметъ движеніе по направленію, противоположному относительно къ первоначальному оваго направленію.

85) Такъ какъ дѣйствія производимыя на освѣщенныя тѣла помянутыми нами явленіями свѣта весьма замѣтны, то Геометръ, составляющій рисунки, необходимо долженъ имѣть познаніе о тѣхъ измѣненіяхъ, которыя претерпѣваетъ свѣтъ отъ сихъ явленій. Во первыхъ займемся разсѣваніемъ свѣта.

Положимъ, что разсматриваемъ деревянное ядро, освѣщенное свѣтящеюся точкою. Каждый лучъ свѣта, падающій на ядро, будетъ разсѣваться по всѣмъ направленіямъ; но на поверхности сего ядра существуютъ основныя грани, направленныя по касательнымъ плоскостямъ въ точкахъ паденія, и идущія по сосѣднимъ онымъ направленіямъ, и представляютъ большую для дѣйствія свѣта поверхность, почему разсѣянныя нити свѣта соотвѣтствующія симъ гранямъ будутъ сближены болѣе къ тому направленію лучей, въ которыхъ свѣтъ отражался бы въ томъ случаѣ, когда ядро было бы выполировано, а по тому и будутъ плотнѣе другихъ нитей свѣта. И такъ самая свѣтлая точка ядра, при предположеніи, что поверхность онаго, по свойству полировки, имѣетъ способность зеркала, будетъ тою точкою, которая отбрасываетъ въ глазъ зрителя принимаемый оною падающій лучъ.

Точка отражающей поверхности, отбрасывающая лучъ свѣта въ глазъ зрителя, называется *блестящею точкою*. Естьли разсматриваемое ядро, вмѣсто свѣтящейся точки, подвергнуть дѣйствію какого ни есть свѣтящагося тѣла, тогда оно будетъ имѣть многія сопряженныя блестящія точки, которыя и составятъ изображеніе, называемое *блестящимъ изображеніемъ*.

Существуютъ тѣла, которыя представляютъ, на ихъ поверхности, многія блестящія точки, или многія блестящія изображенія.

86) Свѣтъ сихъ блестящихъ изображеній будетъ слабѣтъ тѣмъ болѣе, чѣмъ поверхности тѣлъ, которымъ оныя принадлежатъ, будутъ тусклѣе; и на противъ того, по мѣрѣ лучшей полировки тѣла, блескъ сихъ изображеній будетъ увеличиваться яркостію. На билліардномъ шарѣ сей блескъ весьмаярокъ; а на хорошо полированномъ часовомъ колпакѣ степень сей яркости такъ велика, что глазъ безъ болѣзненнаго ощущенія не можетъ перенести онаго. Въ семъ послѣднемъ случаѣ поверхность предмета дѣйствуетъ какъ зеркало, и кажется, что блескъ не исходитъ отъ сообщающихъ оный точекъ, но отъ свѣтящагося тѣла, находящагося позади часоваго колпака.

Плоскія и кривыя зеркальныя стекла, такъ какъ полировка ихъ превосходитъ полировку часоваго колпака, сіе явленіе представляютъ столь разительнымъ образомъ, что позади мѣста, занимаемаго блестящимъ изображеніемъ, выказывается повторенный образъ свѣтящагося тѣла. Зеркала отбрасываютъ свѣтъ почти съ того же степенью яркости, съ которою оный принимаютъ, и разсѣваемый свѣтъ отражается почти также, какъ прямодѣйствующій; по чему усматривается въ оныхъ не токмо повторенный видъ свѣтящагося тѣла, но и виды всѣхъ другихъ тѣлъ.

Въ томъ случаѣ, когда отражающая поверхность будетъ плоскость, произведенное отраженіемъ изображеніе подобно самому предмету, и принимаетъ названіе *повтореннаго изображенія.* Естьли отражающая поверхность будетъ кривою поверхностію, тогда изображеніе различно отъ предмета, и называется *отраженнымъ изображеніемъ.*

87) Отраженіе имѣетъ также способность перемѣнять направленіе лучей, исходящихъ отъ свѣтящагося тѣла, и, соединивъ сіи лучи на извѣстномъ пространствѣ, заставляетъ ихъ выказываться въ весьма живомъ блескѣ, изображающемъ подобія, которыя можно назвать *свѣтящимися призраками.* Естьли подвергнуть вертикально, ея впадиною, серебряную ложку дѣйствію свѣтящейся точки, какъ напримѣръ зажженной свѣчи, то оная отразитъ одинъ изъ сихъ призраковъ на тѣла, ниже и въ извѣстномъ разстояніи находящіяся.

Преломленіе производитъ дѣйствіе, подобное описанному дѣйствію отраженія. Солнечные лучи, проходя сквозь каплю воды, находящуюся на вѣтви дерева, на весьма близкія тѣла проэктируетъ блестящія изображенія, которыя, какъ и первыя, можно причислить къ свѣтящимся призракамъ. Чтобъ отличить производимые призраки преломленіемъ отъ производимыхъ отраженіемъ, назовемъ оные *преломленными призраками.*

*

88) Кромѣ сихъ призраковъ существуютъ въ природѣ собственно такъ называемыя *преломленныя изображенія*, которыя, сквозь прозрачныя тѣла, показываютъ предметы ложно. Такъ наклоненная къ поверхности воды линейка, и погруженная частію въ оную, отбрасываетъ отъ погруженной части лучи, которые преломляются при выходѣ изъ жидкости, и достигаютъ до глаза въ направленіяхъ, различныхъ съ тѣми, которымъ они слѣдовали бы, естьли бы жидкости не существовало. По сему оные достигаютъ до зрителя какъ бы исходящими не отъ линейки, но отъ инаго тѣла; и линейка будетъ казаться переломленною въ точкѣ ея пресѣченія съ поверхностію воды. Такимъ образомъ чувство объ ея существованіи съ низу сей точки будетъ намъ сообщено обманчивымъ изображеніемъ.

Другой примѣръ обманчиваго изображенія представляетъ монета, погруженная въ стаканъ съ водою. Положимъ, что въ стаканъ, налитый до половины водою, погружена монета, которой достоинство равно *двумъ*. Смотря внѣ выпуклой поверхности стекла, на достаточной высотѣ, усматриваютъ двѣ монеты. Одно подобіе будетъ имѣть видъ монеты, которой достоинство равняется *пяти*, другое подобіе представитъ монету, которой достоинство будетъ равняться *единицѣ*. Первое усматривается сквозь выпуклую поверхность воды: лучи исходящіе отъ погруженной монеты преломятся на сей поверхности и достигнутъ зрачка въ большемъ сближеніи сравнительно съ тѣмъ, въ которомъ находились исходя отъ монеты, по тому будутъ казаться восходящими отъ большей монеты, нежели та, которой достоинство равняется *двумъ*, и произведутъ ощущеніе о существованіи монеты, равняющейся *пяти*. Относительно къ другому подобію, преломленіе, имѣющее мѣсто на верхней плоской поверхности воды, уменшитъ весьма нечувствительно сближеніе восходящихъ лучей отъ монеты, равняющейся *двумъ*, и мы получимъ ощущеніе о существованіи монеты, которой достоинство равняется *единицѣ*.

89) Описанное нами свойство зеркаль и прозрачныхъ тѣлъ, по которому оные представляютъ обманчиво предметы, измѣняя ихъ болѣе или менѣе, въ зависимости отъ вида отражающихъ и прозрачныхъ поверхностей, подало мысль о составленіи искуственныхъ изображеній, называемыхъ *анаморфозами*, или *превратными изображеніями*. Анаморфозами называются изображенія, которыя, усматриваясь посредствомъ отраженія или преломленія, перемѣняются въ изображенія, совершенно отличныя отъ тѣхъ, которыя мы полагаемъ видѣть

90) Всѣ описанные нами изображенія можно назвать общимъ именемъ *оптическихъ изображеній*, ибо теорія оныхъ излагается въ наукѣ, имѣющей предметомъ свѣтъ и распространіе онаго въ различныхъ средахъ, и которая называется *Оптикою*.

Показавъ, что существуютъ, кромѣ блестящихъ точекъ въ геометрическихъ возвышеніяхъ, и другія явленія, производимыя на тѣлахъ свѣтомъ, займемся поясненіемъ изложенной нами теоріи блестящихъ точекъ, и повѣркою строеній, употребленныхъ для разрѣшенія различныхъ предложенныхъ въ оной вопросовъ.

III. *О блестящихъ точкахъ на линіяхъ и поверхностяхъ, въ геометрическихъ возвышеніяхъ.*

91) Принимая линіи за предѣлы поверхностей, въ Геометріи разсматриваютъ оныя умозрительно, но, въ самой практикѣ, предметы природы или искусства вмѣсто линій представляютъ поверхности весьма малаго протяженія, примѣромъ чему могутъ служить нити, веревки, ребра составныхъ частей деревяннаго сооруженія, швы сводовъ, и проч.; а по тому линіи, составляя въ практикѣ физическіе предметы, пользуются свойствомъ поверхностей, и имѣютъ блестящія точки, происходящія отъ отраженія свѣта въ глазъ зрителя. Мы показали, какъ строить блестящую точку на прямой линіи въ геометрическихъ возвышеніяхъ (49, 62) въ случаяхъ освѣщенія оной свѣтящеюся точкою, а теперь предложимъ способъ построенія блестящей точки на какой ни есть кривой, при освѣщеніи оной или солнечнымъ свѣтомъ, или свѣтящеюся точкою.

92) Положимъ, что предложена какая ни есть кривая линія, которая можетъ быть или плоская, или двоякой кривизны, и что требуется построить блестящую точку на оной, при освѣщеніи свѣтящеюся точкою, или солнечнымъ свѣтомъ, въ геометрическомъ возвышеніи.

Для разрѣшенія сего вопроса замѣтимъ, сообразно съ свойствомъ поверхностей касательныхъ между собою въ блестящей точкѣ на одной изъ нихъ, о которомъ мы сказали въ § 45, что и кривыя линіи, касательныя между собою въ блестящей точкѣ на одной изъ нихъ, всѣ будутъ имѣть сію точку блестящею точкою, ибо, по свойству ихъ касанія, оныя имѣютъ въ сей

точкѣ общую касательную, а по тому и общую нормальную; падающій лучъ будетъ также общимъ, а по сему будетъ существовать тотъ же уголъ паденія для всѣхъ кривыхъ, изъ чего и слѣдуетъ, что отраженный лучъ будетъ общимъ лучемъ для всѣхъ сихъ кривыхъ, въ разсматриваемой точкѣ касанія, а по тому естьли для одной изъ нихъ оный будетъ перпендикуляренъ къ вертикальной плоскости проэкцій, то сохранитъ сіе положеніе и для всѣхъ кривыхъ, то есть сія точка будетъ блестящею и на всѣхъ сихъ кривыхъ.

Принимая въ разсужденіе касательную прямую усмотримъ по сему, что блестящая точка на касательной будетъ блестящею точкою и на кривой, къ которой сія прямая въ оной точкѣ касается. Тоже должно разумѣть и о нормальной въ сей точкѣ къ кривой линіи. Но мы видѣли предъ симъ (46), что прямая освѣщенная солнечнымъ свѣтомъ не имѣетъ блестящей точки, по чему изложенное нами свойство можетъ послужить къ опредѣленію блестящей точки на кривой линіи токмо тогда, когда оная освѣщена свѣтящеюся точкою.

Построеніе блестящей точки на данной кривой двоякой кривизны, при освѣщеніи оной свѣтящеюся точкою, въ геометрическомъ возвышеніи.

Рѣшеніе 1. Посредствомъ касательныхъ.

Принимаютъ въ разсужденіе какую ни есть точку на предложенной кривой. Въ сей точкѣ строятъ касательную. На сей касательной строятъ блестящую точку (49, 62).

Сія точка будетъ принадлежать вспомогательной кривой, составленной блестящими точками на всѣхъ касательныхъ къ данной кривой линіи. Повторяютъ изложенное строеніе достаточное число разъ, и очертываютъ сію вспомогательную кривую (*).

Опредѣляютъ точку касанія, сей вспомогательной кривой, къ данной кривой, которая и будетъ искомою блестящею точкою на предложенной кривой.

Рѣшеніе 2. Посредствомъ прямыхъ касательныхъ, и нормальныхъ плоскостей.

Чрезъ точку произвольно взятую на данной кривой, проводятъ къ оной прямую касательную, и нормальную плоскость.

(*) Сія вспомогательная кривая можетъ быть также мѣстомъ и всѣхъ блестящихъ точекъ на нормальныхъ къ предложенной кривой.

Строятъ 1) блестящую точку на сей касательной; 2) точку пресѣченія, съ нормальною плоскостію, падающаго луча сей блестящей точки; 3) точку пресѣченія, съ оною плоскостію, отраженнаго луча той же блестящей точки.

Повторяютъ сіе строеніе столько разъ, сколько нужно, для вѣрнаго начертанія кривыхъ: 1) кривой составленной блестящими точками на касательныхъ; 2) кривой составленной точками пресѣченія падающихъ лучей съ нормальными плоскостями; 3) кривой составленной точками пресѣченія отраженныхъ лучей съ нормальными плоскостями.

Опредѣляютъ общую точку симъ тремъ вспомогательнымъ кривымъ, которая должна находиться на данной кривой, и будетъ блестящею точкою сей предложенной кривой (*).

93) Разсмотримъ случай, въ которомъ кривая, предложенная для построенія на оной блестящей точки, освѣщена солнечнымъ свѣтомъ. Вопросъ приводится къ тому, чтобъ построить на сей кривой точку, въ которой нормальная была бы параллельна прямой, раздѣляющей по поламъ уголъ, составленный падающимъ лучемъ и перпендикуляромъ къ плоскости вертикальной проэкціи (44). Сію прямую можно назвать *направленіемъ нормальныхъ*.

По сему должно опредѣлить точки кривой, соотвѣтствующія касательнымъ, которыя перпендикулярны къ направленію нормальныхъ. Для сего чрезъ направленіе нормальныхъ проводятъ какъ ни есть плоскость. Строятъ на сей плоскости проэкцію предложенной кривой.

Къ сей проэкціи проводятъ всевозможныя касательныя, перпендикулярныя къ направленію нормальныхъ. Замѣчаютъ точки касанія.

Точки предложенной кривой, соотвѣтствующія симъ точкамъ касанія, какъ проэкціямъ оныхъ, будутъ искомыми блестящими точками.

94) Построеніе блестящихъ точекъ на поверхностяхъ можетъ быть произведено посредствомъ опредѣленія блестящихъ точекъ на кривыхъ, начерченныхъ на сихъ поверхностяхъ.

Можно представить поверхность образуемою рядомъ плоскихъ кривыхъ, одна къ другой прилежащихъ; тогда каждая изъ сихъ кривыхъ, принятая за

(*) Когда предложенная кривая будетъ плоская, и свѣтящаяся точка съ оною будетъ находиться въ плоскости перпендикулярной къ плоскости геометрическаго возвышенія, тогда построеніе блестящей точки весьма сократится. Двѣ вспомогательныя кривыя втораго рѣшенія, имѣющія по изложенному точки на нормальныхъ плоскостяхъ, будутъ имѣть точки на прямыхъ, нормальныхъ къ сей кривой.

безконечно тонкую нить, будетъ имѣть блестящую точку. Геометрическое мѣсто сихъ блестящихъ точекъ будетъ заключать блестящія точки самой поверхности; ибо, обратно, предположивъ существованіе блестящей точки на поверхности, усмотримъ, что оная будетъ блестящею точкою на одной изъ основныхъ кривыхъ поверхности, ибо нормальная къ поверхности будетъ нормальная и къ сей кривой; взаимное равенство угловъ паденія и отраженія, существующее для поверхности, будетъ существовать и для сей кривой; а по тому разсматриваемая точка на поверхности будетъ блестящею точкою и кривой.

И такъ, для опредѣленія блестящей точки на поверхности, пресѣкаютъ оную одною системою вспомогательныхъ плоскостей; строятъ на кривыхъ пресѣченія, съ поверхностію, сей системы блестящія точки. Чрезъ сіи точки проводятъ вспомогательную кривую.

Пресѣкаютъ предложенную поверхность другою системою вспомогательныхъ плоскостей. Строятъ блестящія точки на кривыхъ пресѣченія. Чрезъ сіи точки проводятъ другую вспомогательную кривую.

Искомая блестящая точка будетъ точкою встрѣчи сихъ построенныхъ блестящихъ кривыхъ, принадлежащихъ двумъ системамъ вспомогательныхъ сѣченій.

Сіе рѣшеніе, относящееся вообще ко всѣмъ поверхностямъ, можетъ быть замѣнено частными, иногда болѣе выгодными рѣшеніями, и которыя должны быть выводимы изъ частныхъ свойствъ принадлежащихъ въ особенности предложеннымъ поверхностямъ.

95) Въ теоріи блестящихъ точекъ, въ геометрическихъ возвышеніяхъ, мы изложили рѣшенія вопросовъ, касательно построенія свѣтлыхъ ребръ на цилиндрѣ и на конусѣ; займемся теперь объясненіемъ оныхъ.

Представимъ себѣ существованіе линіи направленія (93) и какой ни есть разверзающейся поверхности. Замѣтимъ, что проведеніе нормальной, параллельно линіи направленія, тогда токмо возможно, когда поверхность имѣетъ граньки, перпендикулярныя къ сей прямой. И такъ естьли поверхность имѣетъ свойство, по которому чрезъ какую ни есть взятую на оной точку можно провести линію, точкамъ которой всѣ соотвѣтствующія граньки находятся въ той же плоскости, то оная поверхность не можетъ имѣть блестящей точки, или, что оная будетъ имѣть елементы блестящіе по всему ихъ протяженію. Но поверхности, пользующіяся помянутымъ свойствомъ, то есть,

для которыхъ двѣ прилежащія линіи, принадлежащія симъ гранькамъ, находятся въ двухъ прилежащихъ плоскостяхъ, между коими разность безконечно мала, суть поверхности разверзающіяся, изъ чего и слѣдуетъ, что разверзающіяся поверхности не имѣютъ блестящихъ точекъ. Къ роду сихъ поверхностей принадлежатъ цилиндрическія и коническія поверхности, о свойствахъ которыхъ, при освѣщеніи солнечнымъ свѣтомъ, было разсуждаемо въ §§ 51, 52, 53, 55 и 56.

Но разверзающіяся поверхности, не имѣя блестящихъ точекъ, а по тому и блестящихъ ребръ, имѣютъ елементы, кажущіеся свѣтлѣе прочихъ. Сіи елементы называются *свѣтлыми*, и имѣютъ свойство, по которому соотвѣтствующая онымъ нормальная, составляетъ съ нормальною параллельною линіи направленія, (буде сія послѣдняя нормальная могла бы имѣть для поверхности мѣсто), наименьшій уголъ сравнительно съ углами, составляемыми, съ линіею направленія, нормальными соотвѣтствующими всѣмъ елементамъ поверхности. Но принявъ въ разсужденіе въ пространствѣ точку, и вообразивъ, что изъ оной опущены перпендикуляры на всѣ положенія плоскости, въ ея движеніи обертывающей поверхность, легко усмотримъ, что система сихъ перпендикуляровъ покажетъ направленіе всевозможныхъ нормальныхъ къ разсматриваемой поверхности. И такъ естьли линія направленія совмѣстится съ однимъ изъ сихъ перпендикуляровъ, тогда предложенная поверхность будетъ имѣть блестящія точки; въ противномъ случаѣ оная будетъ токмо имѣть точки свѣтлыя.

Описанная нами система перпендикуляровъ составитъ коническую поверхность, которой вершина будетъ находиться въ точкѣ, изъ коей были опускаемы перпендикуляры. Естьли вообразимъ, что чрезъ сію вершину проведена прямая, параллельно линіи направленія, то оная составитъ различные углы съ производящими сей вспомогательной конической поверхности. Та изъ сихъ производящихъ, которая съ сею прямою направленія составитъ наименьшій уголъ, будетъ показывать направленіе нормальной, соотвѣтствующей свѣтлому елементу; а по тому свѣтлый елементъ пройдетъ чрезъ точку пресѣченія нормальной, параллельной сей частной конической производящей, съ предложенною поверхностію. Свѣтлый елементъ обратится въ *блестящій елементъ* въ томъ случаѣ, когда уголъ, составленный соотвѣтствующею оному производящею вспомогательнаго конуса съ линіею направленія, будетъ равняться нулю.

96) Положимъ что предложенъ цилиндръ, освѣщенный солнечнымъ свѣтомъ.

Вспомогательная коническая поверхность, составленная перпендикулярами къ обертывающимъ плоскостямъ оный, замѣнится въ семъ случаѣ плоскостію, проведенною перпендикулярно къ производящимъ чрезъ произвольно взятую точку въ пространствѣ.

Легко усмотрѣть, что изъ всѣхъ линій, въ сей плоскости проведенныхъ, та прямая будетъ составлять наименьшій уголъ съ линіею направленія, въ которой сія линія направленія будетъ проэктироваться на сію плоскость. Итакъ, для построенія *свѣтлаго ребра* на цилиндрѣ, должно проэктировать линію направленія на плоскость перпендикулярную къ производящимъ цилиндръ, и, параллельно сей проэкціи, строить нормальную къ цилиндру. Производящая, протянутая чрезъ конецъ сей нормальной, будетъ искомымъ свѣтлымъ ребромъ. Сіе рѣшеніе различествуетъ, при построеніи чертежа, съ изложеннымъ нами въ § 54, и предложено для объясненія онаго. Неходство въ опредѣленіи направленія нормальныхъ искомаго свѣтлаго ребра совершенно устранится принятіемъ въ разсужденіе, что, въ проэктирующей плоскости, линія направленія можетъ имѣть различныя положенія, и, не смотря на сіе, проэкція оной остается тою же, то есть, что производящая цилиндра, составляющая свѣтлое ребро, не перемѣнитъ своего положенія.

97) Перейдемъ къ конусу. Для построенія свѣтлаго ребра на конусѣ строятъ ту производящую онаго, которая соотвѣтствуетъ производящей вспомогательнаго конуса, составленнаго изъ перпендикуляровъ чрезъ ту же точку въ пространствѣ къ плоскостямъ обертывающимъ предложенный конусъ проведенныхъ, которая составляетъ съ линіею направленія наименьшій уголъ. Для построенія сей послѣдней производящей строятъ основаніе вспомогательнаго конуса, и точку пресѣченія линіи направленія съ плоскостію сего основанія. Изъ сей точки опускаютъ нормальную на кривую основанія конуса; конецъ сей нормальной соединяютъ съ вершиною. Соединяющая прямая будетъ искомою производящею вспомогательнаго конуса.

Прямой конусъ, въ которомъ всѣ нормальныя составляютъ съ осью тотъ же уголъ, будетъ имѣть тогда токмо блестящую точку, а по тому и блестящее ребро, когда линія направленія будетъ составлять съ осью конуса уголъ, равный разности между прямымъ угломъ и угломъ — производителемъ сего конуса.

Книга III.

О ЛИНЕЙНОЙ ПЕРСПЕКТИВѢ.

I. Опредѣленія, общія понятія и основные вопросы.

98) Перспектива занимается изображеніемъ на данной поверхности предметовъ, которыхъ видъ и положеніе даны, и при томъ такъ, какъ оные представляются зрителю, имѣющему также данное положеніе.

Вообразимъ, что сія данная поверхность будетъ прозрачное стекло, и что изъ всѣхъ точекъ предмета протянуты въ глазъ зрителя линіи, которыя, проходя сквозь стекло, напечатлѣваютъ на ономъ различныя соотвѣтствующія имъ точки предмета, съ тѣмъ оттѣненіемъ и цвѣтомъ, которые сіи послѣднія точки имѣютъ. Тогда на семъ стеклѣ будетъ существовать изображеніе даннаго предмета, которое и составляетъ искомую величину вопросовъ, разрѣшеніемъ которыхъ занимается искуство, называемое *Перспективою*. Но для опредѣленія таковаго изображенія должно: 1) опредѣлить съ точностію на данной поверхности положеніе каждой представляемой точки; 2) изыскать плотность тѣни и свѣта, равно какъ и измѣненіе въ цвѣтѣ, которыя должна сохранять каждая часть изображенія. Основываясь на семъ и перспектива раздѣляется на двѣ отрасли, на *Линейную Перспективу* и на *Перспективу Воздушную*.

Линейная Перспектива занимается точнымъ опредѣленіемъ очертанія предмета на данной поверхности, какъ оный представляется зрителю, имѣющему данное положеніе. Начертательная Геометрія представляетъ способы разрѣшать вопросы перспективы въ наибольшей всеобщности.

Начертить на данной поверхности систему линій, которая, будучи видима изъ данной точки, представляетъ данныя линію или поверхность, значитъ *поставить* сію линію, или поверхность, *въ перспективу*. Самая система линій будетъ называться *перспективою*, и должна на зрителя производить то же впечатлѣніе, какъ и данный предметъ, къ которому она относится.

99) Поверхность, на которой начертывается перспектива, называется *картинною поверхностію*. Сія поверхность можетъ быть плоскою, цилиндрическою, коническою, и проч. Перспектива можетъ быть подраздѣлена на перспективу *естественную* или *обыкновенную*, и на *перспективу искуственную*.

При начертаніи естественной перспективы картинная поверхность будетъ вертикальною плоскостію; въ искуственной же перспективѣ сія поверхность принимается вдавшеюся или выпуклою, или наклонною, по произволенію. Перспективою *вольною* или *военною* называются изображенія фортификаціонныхъ работъ. Сія перспектива можетъ быть скорѣе отнесена къ геометрическимъ возвышеніямъ, ибо показываетъ предметы въ настоящихъ измѣреніяхъ, а не въ томъ естественномъ видѣ, который составляетъ собственно цѣль перспективы.

100) Неподвижную точку, изъ которой перспектива обозрѣвается, называютъ *точкою зрѣнія.* Способность зрѣнія сообщается глазу, котораго мѣсто занимаетъ точка зрѣнія, посредствомъ лучей проведенныхъ въ оный, или въ сію точку, изъ различныхъ точекъ предмета; каждая изъ сихъ линій, соединяющихъ различныя точки даннаго предмета съ точкою зрѣнія, называется *лучемъ зрѣнія* (*).

При обозрѣваніи какого ни есть предмета, относительно къ которому точка зрѣнія имѣетъ извѣстное положеніе, усматриваются не всѣ онаго части, а по тому сей предметъ можетъ быть разсматриваемъ имѣющимъ на его поверхности систему линій, отдѣляющихъ видимую онаго часть отъ невидимой, относительно къ извѣстному положенію точки зрѣнія; и сія то система линій называется *видимымъ обводомъ*, а названіе *начальнаго предмета* придается линіи, поверхности, или тѣлу, которыя должно поставить въ перспективу.

101) Та линейная перспектива, которая составляетъ перспективу естественную, вообще употребительнѣе искуственной перспективы; ибо первая входитъ во всѣ работы, которыя имѣютъ предметомъ подражаніе природѣ, а по тому употребляется вообще въ живописи; а вторая можетъ быть частію приложена къ сводамъ, къ плафонамъ, равно какъ и къ построенію оптическихъ изображеній. По сему мы займемся во первыхъ, и съ большею подробностію, естественною линейною перспективою, то есть будемъ предполагать, что картинная поверхность есть вертикальная плоскость.

(*) Лучъ зрѣнія, направленный изъ какой ни есть точки и лучъ свѣта, сообщаемый сею точкою, совпадаютъ въ той же прямой; разность состоитъ токмо въ томъ, что лучъ зрѣнія предполагается исходящимъ изъ глаза, а лучъ свѣта исходящимъ изъ точки, которая дѣйствительно оный сообщаетъ. Лучъ свѣта существуетъ въ самомъ дѣлѣ, а лучъ зрѣнія воображается существующимъ.

102) *Предметною плоскостію* называется плоскость, на которую предполагаютъ наложеннымъ начальный предметъ. За предметную плоскость мы будемъ принимать, по большей части, горизонтальную плоскость проэкцій. *Основаніемъ картины* называется линія пресѣченія картинной поверхности съ предметною плоскостію. *Главною точкою* или *центромъ картины* называется проэкція точки зрѣнія на картинной плоскости; а длина сей проэктирующей линіи точку зрѣнія принимаетъ названіе *главнаго перпендикуляра* или *оптической оси.* Линія пресѣченія съ картинною плоскостію, чрезъ точку зрѣнія проведенной плоскости, параллельно предметной плоскости, называется *уклоняющеюся линіею.* *Разстояніемъ уклоняющейся линіи* называютъ длину перпендикуляра опущеннаго на оную изъ точки зрѣнія. Точка пресѣченія сего перпендикуляра съ уклоняющеюся линіею принимаетъ названіе *центра уклоненія;* а *точкою уклоненія* начальной линіи называютъ точку пресѣченія, съ картинною плоскостію, линіи проведенной изъ точки зрѣнія параллельно сей начальной линіи.

103) При опредѣленіи перспективы даннаго начальнаго предмета, данныя вопроса состоятъ въ семъ предметѣ, въ поверхности картинной и въ точкѣ зрѣнія. Положеніе точки зрѣнія относительно къ картинной поверхности, равно какъ взаимное положеніе начальнаго предмета и картинной поверхности, и видъ сей послѣдней, должны подлежать, въ естественной перспективѣ, извѣстнымъ условіямъ, зависящимъ отъ устроенія органа зрѣнія и отъ среды, которую должны проходить лучи зрѣнія. Сіи условія будутъ изложены нами въ послѣдствіи; первоначально же мы будемъ предполагать, что взаимное положеніе трехъ данныхъ геометрическихъ величинъ, въ вопросахъ перспективы, произвольно.

Итакъ положимъ, что предложенъ какой ни есть начальный предметъ, и требуется построить перспективу онаго на данной картинной поверхности, при данной точкѣ зрѣнія. Замѣтимъ, что, для всякаго положенія точки зрѣнія, видимыя части на начальномъ предметѣ будутъ измѣняться, и такъ предложимъ во первыхъ разрѣшить вопросъ объ опредѣленіи видимой части предмета изъ данной точки зрѣнія, что приводится къ построенію на начальномъ предметѣ линіи, отдѣляющей видимую часть онаго отъ невидимой, то есть къ построенію *видимаго обмѣра.*

Пусть въ точку зрѣнія проведены будутъ изъ различныхъ точекъ предмета лучи зрѣнія, то есть прямыя линіи. Сіи прямыя, относительно къ на-

чальному предмету, будутъ имѣть два различныя положенія: или пресѣкать оный, или къ оному касаться. Разсматривая точки пресѣченія лучей зрѣнія съ предметомъ различаемъ изъ нихъ тѣ, которыя, находясь на томъ же лучѣ, лежатъ ближе къ точкѣ зрѣнія; до сихъ точекъ лучи зрѣнія достигать могутъ безпрепятственно, а до прочихъ точекъ оные достигали бы, естьли бы не препятствовали сему дѣйствію упомянутыя ближайшія точки къ точкѣ зрѣнія. Отъ сихъ точекъ мы переходимъ къ точкамъ касанія, которыя будутъ также видимы, ибо ни что не препятствуетъ лучамъ зрѣнія достигать до оныхъ.

Ближайшія точки къ точкѣ зрѣнія, изъ точекъ пресѣченія съ начальнымъ предметомъ лучей зрѣнія, будутъ принадлежать видимой части начальнаго предмета; а точки касанія — системѣ линій, отдѣляющихъ сію видимую часть отъ невидимой, то есть видимому обмѣру; и такъ видимый обмѣръ будетъ линіею опредѣленною сими точками касанія. То лучи зрѣнія, проходя чрезъ точку зрѣнія и касаясь къ данному начальному предмету, будутъ принадлежать производящимъ конуса обертывающаго данный начальный предметъ изъ точки зрѣнія; а точки касанія, или система точекъ касанія, то есть видимый обмѣръ, составятъ кривую касанія сего конуса къ данному начальному предмету. Изъ сего заключимъ, что *видимый обмѣръ даннаго начальнаго предмета есть кривая касанія конуса, обертывающаго оный изъ точки зрѣнія* (*). Видимая часть начальнаго предмета будетъ находиться между сею кривою касанія и точкою зрѣнія; а невидимая часть, относительно къ точкѣ зрѣнія, за сею кривою.

104) Естьли предположимъ, что чрезъ всѣ точки видимаго обмѣра протянуты будутъ въ точку зрѣнія прямыя; то оныя будутъ лучами зрѣнія, посредствомъ которыхъ будетъ обозрѣваться данный начальный предметъ. Изъ сего слѣдуетъ, что всѣ таковые лучи, проходя чрезъ точку зрѣнія и чрезъ точки видимаго обмѣра, составятъ конусъ, котораго вершина будетъ находиться въ точкѣ зрѣнія и коего направляющая будетъ видимымъ обмѣромъ. Каждая изъ производящихъ сего конуса пресѣчетъ картинную поверхность въ точкѣ, которая будетъ находиться на извѣстной кривой пресѣченія сего ко-

---

(*) Сводя сіе опредѣленіе *видимаго обмѣра* съ опредѣленіемъ *кривой отдѣла свѣта отъ тѣни* усматриваемъ, что для опредѣленія видимаго обмѣра должно построить на данномъ начальномъ предметѣ кривую отдѣла свѣта отъ тѣни, при предположеніи точки зрѣнія свѣтящеюся точкою.

нуса съ картинною поверхностію. Сія кривая пресѣченія можетъ быть принята за направляющую конуса точно такъ же, какъ и видимый обмѣръ, а по тому сообщитъ точкѣ зрѣнія тотъ же конусъ лучей зрѣнія, по чему на зрителя, находящагося въ точкѣ зрѣнія, произведетъ то же впечатлѣніе, какъ и видимый обмѣръ даннаго начальнаго предмета. Изъ сего видно, что *перспектива даннаго начальнаго предмета будетъ кривою пресѣченія, съ картинною поверхностію, конуса, которому служитъ: вершиною — точка зрѣнія, а направляющею—видимый обмѣръ даннаго начальнаго предмета.*

105) Когда вмѣсто начальнаго предмета представимъ себѣ кривую, то оная будетъ направляющею, а точка зрѣнія вершиною конуса, опредѣляющаго, его пресѣченіемъ съ картинною поверхностію, перспективу сей кривой.

Въ случаѣ прямой линіи, всѣ лучи зрѣнія, протянутыя изъ точекъ оной въ точку зрѣнія, составятъ плоскость, проходящую чрезъ точку зрѣнія и сію начальную прямую, а по сему вспомогательный конусъ перемѣнится въ семъ случаѣ въ означенную плоскость, которая пресѣченіемъ ея съ картинною поверхностію и опредѣлитъ перспективу данной начальной прямой.

Когда дана точка, тогда упомянутая нами, въ случаѣ прямой, плоскость, замѣнится лучемъ зрѣнія, протянутымъ изъ сей точки, то есть прямою линіею, которая пресѣченіемъ ея съ картинною поверхностію опредѣлитъ перспективу данной начальной точки.

106) При составленіи перспективныхъ рисунковъ обыкновенно предполагается, что картинная поверхность есть плоскость, которая должна имѣть, да бы перспектива была естественною, извѣстное положеніе относительно къ точкѣ зрѣнія. О семъ положеніи, котораго опредѣленіе почерпается изъ наблюденія предметовъ, какъ оные кажутся намъ въ природѣ, мы будемъ говорить въ послѣдствіи.

Такъ какъ плоская поверхность, при введеніи оной, какъ картинной поверхности, въ вопросъ о построеніи перспективы даннаго предмета, содѣлываетъ простѣе рѣшеніе онаго, и позволяетъ яснѣе судить объ измѣреніяхъ предмета по перспективному изображенію онаго, а по сему и употребительнѣе другихъ картинныхъ поверхностей, то мы и займемся линейною перспективою на плоскихъ поверхностяхъ, предполагая, во первыхъ, какое ни есть положеніе точки зрѣнія относительно къ плоскости картинной.

II. *О линейной перспективѣ вообще на плоскихъ поверхностяхъ.*

107) Мы сказали предъ симъ (105), что опредѣленіе перспективы прямой линіи зависитъ отъ построенія линіи пресѣченія плоскости, содержащей оную и точку зрѣнія, съ картинною поверхностію, по чему, естьли картинная поверхность будетъ плоская, то *перспектива прямой линіи будетъ пресѣченіемъ двухъ плоскостей*, а по тому *прямою линіею.*

108) Предположивъ систему начальныхъ прямыхъ параллельныхъ между собою усмотримъ, что оныя, относительно къ картинной плоскости, могутъ имѣть два частныя положенія: 1) быть непараллельными оной; 2) быть параллельными картинной плоскости.

Когда начальныя, параллельныя между собою, прямыя, не параллельны картинной плоскости, тогда плоскости, пресѣченіемъ ихъ съ картинною плоскостію опредѣляющія перспективы сихъ прямыхъ, должны пресѣчься между собою въ прямой, параллельной начальнымъ прямымъ. Сія прямая пресѣченія пройдетъ чрезъ точку зрѣнія, ибо всѣ сіи плоскости содержатъ сію послѣднюю точку; при томъ оная, будучи параллельна начальнымъ прямымъ, которыя не параллельны картинной плоскости, встрѣтитъ сію плоскость. Разсмотримъ сію точку встрѣчи. Точка встрѣчи принадлежитъ въ тоже время: картинной плоскости и всѣмъ плоскостямъ, опредѣляющимъ перспективы начальныхъ прямыхъ; а по тому будетъ принадлежать всѣмъ прямымъ пресѣченія сихъ плоскостей съ картинною плоскостію, то есть всѣмъ перспективамъ данныхъ начальныхъ прямыхъ. И такъ: *перспективы прямыхъ, параллельныхъ между собою, и непараллельныхъ плоскости картинной, пройдутъ чрезъ одну и туже точку*, которая по сему и называется *точкою схода.* Сія точка схода можетъ быть построена, какъ мы видѣли, пресѣченіемъ съ картинною плоскостію прямой, протянутой чрезъ точку зрѣнія параллельно начальнымъ прямымъ, или точкою встрѣчи двухъ перспективъ.

109) Изъ доказаннаго нами свойства (108) перспективъ, принадлежащихъ начальнымъ прямымъ параллельнымъ между собою и непараллельнымъ плоскости картинной, выводится, какъ частный случай, свойство перспективъ тѣхъ прямыхъ, которыя, будучи параллельны между собою, параллельны при томъ и плоскости картинной. Прямая опредѣляющая пресѣченіемъ съ картинною плоскостію точку схода въ первомъ случаѣ будетъ, въ настоящемъ

случаѣ, по параллелизму ея съ начальными прямыми, параллельна картинной плоскости; а по сему точка ея пресѣченія съ сею плоскостію, то есть точка встрѣчи перспективъ, будетъ удалена на безконечное разстояніе, или не будетъ существовать, что иначе выразится такъ: *перспективы прямыхъ, параллельныхъ между собою и параллельныхъ плоскости картинной, будутъ между собою параллельны.*

110) Когда система начальныхъ линій будетъ система кривыхъ касательныхъ между собою, тогда конусы обертывающіе сіи кривыя, то есть, коимъ оныя кривыя служатъ направляющими, а точка зрѣнія вершиною, будутъ имѣть общую касательную плоскость. Сія плоскость опредѣлится прямою, общею касательною къ начальнымъ кривымъ въ точкѣ ихъ касанія, и производящею сихъ конусовъ, протянутою чрезъ сію точку, или лучемъ зрѣнія сей точки касанія; а по тому разсматриваемые конусы будутъ между собою касательны во всѣхъ точкахъ сей производящей.

При пресѣченіи сихъ конусовъ съ плоскостію картинною представятся намъ кривыя пресѣченія оныхъ съ сею плоскостію, и общая точка симъ кривымъ, которая, будучи общею точкою двухъ конусовъ и плоскости картинной, должна быть общею точкою луча зрѣнія, протянутаго чрезъ точку касанія начальныхъ кривыхъ, и плоскости картинной; но сіи кривыя пресѣченія будутъ перспективы начальныхъ кривыхъ, а сія точка — перспектива ихъ точки касанія (105). Сіи перспективы, какъ сѣченія плоскостію двухъ касательныхъ между собою конусовъ, будутъ касательны, и именно въ точкѣ пресѣченія производящей касанія сихъ конусовъ съ картинною плоскостію, то есть въ перспективѣ точки касанія начальныхъ кривыхъ. Смыслъ сего свойства заключается въ семъ краткомъ выраженіи: *перспективы кривыхъ касательныхъ будутъ касательны между собою въ перспективѣ ихъ точки касанія.*

Когда предположимъ, что вмѣсто одной изъ начальныхъ кривыхъ существуетъ прямая, то есть когда одинъ изъ касательныхъ конусовъ перемѣняется въ касательную плоскость къ другому, опредѣляемую данною касательною прямою къ начальной кривой и точкою зрѣнія, сіе свойство имѣетъ также мѣсто, какъ частный случай изложеннаго нами, а по тому заключимъ, что перспектива касательной будетъ касаться къ перспективѣ ея кривой, въ перспективѣ начальной точки касанія.

111) Изложивъ главнѣйшія свойства перспективъ на плоскихъ поверхностяхъ, которыя содѣлываютъ простѣйшимъ построеніе перспективъ дан-

ныхъ линій, имѣющихъ извѣстное частное взаимное положеніе, приступимъ къ сему самому построенію.

Приложеніе XVI. Дана точка, построить перспективу оной.

Для построенія перспективы данной точки соединяютъ оную съ точкою зрѣнія. Строятъ точку пресѣченія сего луча зрѣнія съ картинною плоскостію, которая и будетъ перспективою данной точки (105).

112) *Приложеніе* XVII. Дана прямая, построить перспективу оной.

Для построенія перспективы данной прямой избираютъ на оной, произвольно, двѣ точки. Строятъ перспективы сихъ двухъ точекъ (111). Чрезъ сіи построенныя перспективы протягиваютъ прямую, которая и будетъ искомою перспективою данной начальной прямой; ибо сіи точки, находясь въ то же время на плоскости протянутой чрезъ точку зрѣнія и данную прямую, и на картинной плоскости, будутъ принадлежать прямой пресѣченія сихъ двухъ плоскостей (105), и, при томъ, перспектива прямой линіи, какъ линія прямая, совершенно опредѣлится двумя точками (107).

Примѣчаніе. Существуетъ частная точка данной прямой, которая служитъ пресѣченіемъ сей прямой съ картинною плоскостію. Сія точка принадлежитъ и картинной плоскости и начальной прямой, а по тому будетъ сама своею перспективою.

Естьли по предѣламъ, опредѣленнымъ для построенія чертежа, сія точка можетъ быть построена, то оная послужитъ повѣркою изложеннаго строенія, ибо должна находиться на построенной перспективѣ данной начальной прямой.

113) *Приложеніе* XVIII. Построить перспективу данной кривой.

Принимаютъ данную начальную кривую за направляющую, а точку зрѣнія за вершину конуса. Строятъ пресѣченіе сего конуса, который будетъ составленъ изъ лучей зрѣнія, протянутыхъ изъ всѣхъ точекъ данной кривой, съ картинною плоскостію.

Сія кривая пресѣченія будетъ перспективою данной кривой (105).

Примѣчаніе. Когда начальная кривая будетъ плоская, и будетъ находиться въ плоскости, параллельной картинной, тогда оная и ея перспектива составятъ сѣченія конуса параллельными между собою плоскостями, а по тому и будутъ кривыми подобными.

114) *Приложеніе* XIX. Построить перспективу данной поверхности.

Изъ точки зрѣнія строятъ конусъ, обертывающій данную начальную поверхность, и замѣчаютъ кривую касанія сего конуса къ начальной поверхности. Сія кривая будетъ видимымъ обмѣромъ данной начальной поверхности (103).

Строятъ кривую пресѣченія съ картинною плоскостію построеннаго обертывающаго конуса; сія кривая пресѣченія будетъ искомою перспективою данной начальной поверхности (104).

115) Когда данная начальная поверхность будетъ ограничена плоскостями, должно принять въ разсужденіе ребра сей поверхности.

Чрезъ каждое изъ сихъ ребръ и точку зрѣнія проводятъ плоскости, и строятъ горизонтальные слѣды сихъ плоскостей. Сіи слѣды могутъ имѣть различныя положенія относительно къ горизонтальнымъ слѣдамъ граней данной начальной поверхности, принадлежащимъ тѣмъ же ребрамъ. Вообще горизонтальный слѣдъ таковой плоскости лучей зрѣнія пресѣчетъ уголъ составленный горизонтальными слѣдами граней, соотвѣтствующихъ сему углу; частно, оный слѣдъ упадетъ внѣ сего угла. Замѣчаютъ слѣды плоскостей лучей зрѣнія, которыя упадутъ внѣ угла составленнаго горизонтальными слѣдами граней, соотвѣтствующихъ ребру сего угла.

Изъ сихъ слѣдовъ избираютъ крайніе слѣды, изъ которыхъ одинъ будетъ падать по одну, а другой по другую сторону данной начальной поверхности. Сіи крайніе слѣды будутъ соотвѣтствовать ребрамъ данной начальной поверхности, составляющимъ *видимый обмѣръ* оной.

Обертывающій конусъ изъ точки зрѣнія данную начальную поверхность перемѣнится въ систему плоскостей, протянутыхъ изъ точки зрѣнія чрезъ таковыя частныя ребра. Систему ребръ, составляющихъ помянутый нами видимый обмѣръ, ставятъ въ перспективу, повторивъ для каждаго ребра строеніе, показанное для прямой линіи (113. *Прилож.* XVIII).

Перспектива сего видимаго обмѣра, составленная изъ перспективъ ребръ начальной поверхности, входящихъ въ составъ видимаго обмѣра, будетъ перспективою данной начальной поверхности, ограниченной плоскостями.

Примѣчаніе. Строеніе можетъ быть сокращено принятіемъ въ разсужденіе частныхъ точекъ видимаго обмѣра, которыя будутъ точками взаимнаго пресѣченія ребръ, составляющихъ видимый обмѣръ, или вершинами толстыхъ угловъ, лежащихъ на видимой части данной поверхности. Начертивъ перспективы сихъ точекъ, для начертанія перспективы данной поверхности, соеди-

няютъ оныя перспективы прямыми, по двѣ, сходственно съ ребрами начальнаго предмета.

Естьли въ систему ребръ, составляющихъ видимый обмѣръ, войдутъ прямыя: 1) или параллельныя токмо между собою, 2) или, при томъ, и параллельныя плоскости картинной, то особенное свойство перспективъ таковыхъ системъ, изложенное нами (108 и 109), можетъ послужить повѣркою построенія, или, и облегчить построеніе искомой перспективы, когда ввести сіе свойство въ рѣшеніе вопроса.

116) Когда предложенная поверхность, которую должно поставить въ перспективу, будетъ конусъ, производящія обертывающаго оную изъ точки зрѣнія конуса, будутъ проходить чрезъ сію точку и будутъ касательны къ данному конусу, а по тому составятъ плоскость, проходящую чрезъ точку зрѣнія и касательную къ конусу. Производящія касанія плоскостей касательныхъ къ данному начальному конусу изъ точки зрѣнія составятъ видимый обмѣръ, а линіи пресѣченія сихъ плоскостей съ картинною плоскостію — перспективу даннаго конуса. Въ составъ видимаго обмѣра входитъ еще часть основанія, находящаяся между двумя производящими, принадлежащими видимому обмѣру, а линія пресѣченія съ картинною плоскостію конуса, которому сія дуга основанія послужитъ направляющею, а точка зрѣнія — вершиною, будетъ входить въ составъ перспективы даннаго начальнаго конуса.

117) Естьли начальная поверхность будетъ цилиндрическая, тогда производящія касанія плоскостей проведенныхъ изъ точки зрѣнія и тѣ дуги верхняго и нижняго основаній, которыя будутъ лежать между сими производящими, составятъ видимый обмѣръ сего цилиндра. Прямыя пресѣченія касательныхъ плоскостей съ картинною плоскостію, и линіи пресѣченія съ оною конусовъ, имѣющихъ вершину въ точкѣ зрѣнія, а направляющими части основаній, входящія въ составъ видимаго обмѣра, составятъ систему линій, представляющихъ перспективу даннаго начальнаго цилиндра.

118) Мы показали общій способъ, употребляемый для построенія видимаго обмѣра и перспективы данной поверхности, и приложили оный къ поверхности ограниченной плоскостями, къ конусу и къ цилиндру (*Прил.* XIX §§ 114, 115, 116 и 117, не упомянувъ объ особенныхъ линіяхъ и точкахъ, которыя могутъ находиться на сихъ поверхностяхъ. Линіи начерченныя на данныхъ начальныхъ поверхностяхъ и точки, непринадлежащія видимому обмѣру, могутъ лежать на видимыхъ частяхъ поверхностей, или находиться на невиди-

мыхъ частяхъ оныхъ. Точки и линіи, находящіяся на видимыхъ частяхъ данныхъ начальныхъ поверхностей будутъ видимы въ перспективѣ, и ихъ ставятъ въ перспективу по способамъ, изложеннымъ уже нами (*Прил:* XVI, XVII и XVIII §§ 111, 112, 113), наблюдая, для простоты въ построеніи, что бы ставить, между другими точками сихъ линій, и тѣ точки, которыя служатъ имъ пресѣченіями съ видимымъ обмѣромъ, естьли оныя существуютъ.

Такъ какъ перспектива имѣетъ цѣлію изображеніе поверхностей какъ оныя намъ представляются изъ извѣстной точки зрѣнія, а оттѣненіе поверхностей способствуетъ къ ясному понятію о ихъ свойствахъ посредствомъ зрѣнія, то линіи начерченныя на данныхъ начальныхъ поверхностяхъ и которыми должно заняться будутъ тѣ, которыя происходятъ отъ особенныхъ обстоятельствъ освѣщенія данныхъ поверхностей. Сіи линіи, какъ мы видѣли въ теоріи тѣней, будутъ линіями естественной и падающей тѣней, и должны быть поставлены въ перспективу по общему способу, употребляемому для начертанія перспективы линій. Особенными точками можно назвать точки пресѣченія линій тѣни съ линіею видимаго обмѣра, которыя и должно, между другими точками, поставить въ перспективу, избѣгая симъ и сложности въ построеніи, и имѣя въ виду вѣрнѣйшее представленіе данной начальной поверхности. Сіе замѣчаніе относится и къ тѣмъ точкамъ линій тѣни, которыя представляютъ какія либо особенныя свойства относительно къ кривизнѣ сихъ линій.

Блестящія точки на данныхъ начальныхъ поверхностяхъ въ перспективѣ опредѣляются особеннымъ образомъ отъ блестящихъ точекъ въ геометрическихъ возвышеніяхъ, и способы опредѣленія оныхъ составляютъ особенную теорію, которая будетъ изложена въ послѣдствіи.

Примѣры.

119) *Примѣръ* 1. Построить видимый обмѣръ и перспективу призмы [*осн.* ABCDE, *ребро* (AF, A'F')] на картинной плоскости (YX, XY'), при данной точкѣ зрѣнія (V, V') (§ 115). (*Черт.* XIII.)

a) *Построеніе видимаго обмѣра.*

Изъ точки зрѣнія (V, V'), чрезъ каждое ребро (EG, E'G'), (AF, A'F'), (CI, C'I'), и. т. д. проводятъ плоскости (*гор. слѣд.* Ee, Aa, Cc, и. т. д.) лучей зрѣнія. Изъ горизонтальныхъ слѣдовъ сихъ плоскостей избираютъ тѣ слѣды (Ee и Cc), которые падая внѣ угла слѣдовъ горизонтальныхъ граней, составляющихъ

пресѣченіемъ ребро призмы, находящея: одинъ (Ee) по одну, другой (Cc) по другую сторону данной призмы.

Ребра (EG, E'G') и (CI, C'I') соотвѣтствующія плоскостямъ лучей зрѣнія, которымъ принадлежатъ сіи слѣды, будутъ входить въ составъ видимаго обмѣра.

Такимъ же образомъ принимаютъ въ разсужденіе ребра двухъ основаній, нижняго и верхняго, и находятъ, что лучи зрѣнія принадлежащія нѣкоторымъ плоскостямъ въ точку зрѣнія проведеннымъ изъ точекъ сихъ основаній, будутъ безпрепятственно достигать до точки зрѣнія, а по сему ребра (*гор. прож.* ED, DC, GH, HI) основаній будутъ также принадлежать видимому обмѣру. По сему видимый обмѣръ изобразится линіею (EGHICDE, E'G'H'I'C'D'E'), и раздѣлитъ призму на двѣ части, изъ которыхъ часть находящаяся между симъ видимымъ обмѣромъ и точкою зрѣнія (V, V') будетъ видна.

b) *Построеніе перспективы.*

Изъ точекъ [(G, G'), (E, E') и т. д.] взаимнаго пресѣченія ребръ [(FG, F'G'), (HG, H'G'), (AE, A'E'), (DE, D'E') и т. д., принадлежащихъ видимому обмѣру, проводятъ въ точку зрѣнія (V, V') прямыя (GV, G'V'), (EV, E'V'), и т. д. Строятъ точки пресѣченія (g, g'), (e, e') и т. д. сихъ прямыхъ съ картинною плоскостію (YX, XY'). Сіи точки будутъ перспективами соотвѣтствующихъ имъ точекъ на данной начальной призмѣ.

Для обозрѣнія ихъ взаимнаго положенія совмѣщаютъ данную картинную плоскость (YX, XY') съ вертикальною плоскостію проэкцій, и, да бы не смѣшать перспективы съ проэкціями данной начальной призмы, переносятъ картинную плоскость ближе къ точкѣ зрѣнія (V, V'), въ положеніе (*yx*, *xy'*).

Построенныя точки (g, g'), (e, e') и т. д. перспективы будутъ находиться, въ совмѣщеніи, соотвѣтственно, въ точкахъ (*m*), (*n*) и. т. д. Сіи точки соединяютъ прямыми (*mn*) и т. д., которыхъ система и будетъ перспективою данной начальной призмы [*осн.* ABCDE, *ребро* (AF, A'F')].

c) *Построеніе тѣней въ перспективѣ.*

Положимъ, что данная призма освѣщена свѣтящеюся точкою (S, S'), что линіи естественной и падающей тѣней построены, согласно съ изложеннымъ способомъ въ теоріи тѣней, и что должно построить оныя въ перспективѣ.

Для сего принимаютъ въ разсужденіе прямыя (DH, D'H'), (HI, H'I'), входящія въ систему линій отдѣла свѣта отъ тѣни и находящіяся на видимой части призмы.

Сіи линіи ставятъ въ перспективу согласно съ способомъ изложеннымъ въ § 118. Въ совмѣщеніи съ вертикальною плоскостію проэкцій, оныя прямыя (DH, D′H′), (HI, H′I′) будутъ находиться на прямыхъ *op* и *pq*. Поверхность призмы, лежащая между сими послѣдними и не подверженная дѣйствію свѣта, на перспективѣ призмы будетъ (*opq*).

Для начертанія въ перспективѣ падающей тѣни отъ призмы [*осн.* ABCDE, *реб.* (AF, A′F′)] на плоскость горизонтальную проэкцій, принимаютъ въ разсужденіе плоскость лучей зрѣнія, которой горизонтальный слѣдъ (C*c*) пресѣкаетъ сію тѣнь. Часть сей тѣни (C*cehki*), лежащая отъ сего слѣда въ сторону противоположную самой призмѣ, и часть (D*ci*), прилежащая видимой части призмы, будутъ видимы; а по тому ставятъ въ перспективу линію (C*cehk*DC), ограничивающую сіи части. Сія линія поставленная въ перспективу и совмѣщенная съ вертикальною плоскостію проэкцій будетъ находиться на линіи (*stuvo*), которая и опредѣлитъ падающую тѣнь отъ данной призмы, въ перспективѣ (*).

Примѣчаніе. Такъ какъ призма представляетъ ребра, параллельныя между собою, и, въ семъ примѣрѣ, непараллельныя плоскости картинной, то для повѣрки перспективы опредѣляютъ точку схода перспективъ сихъ ребръ (108). Сія точка въ совмѣщеніи на вертикальную плоскость проэкцій будетъ находиться въ извѣстной точкѣ, чрезъ которую должны пройти всѣ перспективы разсматриваемыхъ ребръ.

120) *Примѣръ* 2. Построить видимый обмѣръ и перспективу пирамиды [*осн.* (ABCDEFGHI), *верш.* (O, O′)] на картинной плоскости (YX, XY′), при данной точкѣ зрѣнія (V, V′) (115). (*Черт.* XIV).

а) *Построеніе видимаго обмѣра.*

Чрезъ данную точку зрѣнія (V, V′) и ребра (AO, A′O′), (BO, B′O′) и т. д. пирамиды проводятъ плоскости лучей зрѣнія. Замѣчаютъ горизонтальные слѣды (A*a*), (B*b*) и т. д. сихъ плоскостей. Изъ сихъ горизонтальныхъ слѣдовъ избираютъ тѣ слѣды (A*a*), (E*e*), которые падали внѣ угла, между горизонтальными

(*) Замѣтимъ вообще, что тѣ части падающей тѣни отъ начальной поверхности на горизонтальную плоскость проэкцій будутъ видимы въ перспективѣ, которыя не прикрыты сею начальною поверхностію. Явно, что сіи части будутъ находиться между линіею падающей тѣни и линію пресѣченія съ горизонтальною плоскостію проэкцій конуса, которому направляющею служитъ видимый обмѣръ, а вершиною—точка зрѣнія.

слѣдами граней, составляющихъ пресѣченіемъ ребра пирамиды, находятся: одинъ (Aa) по одну, другой (Ee) по другую сторону данной начальной пирамиды.

Ребра (AO, A'O') и (EO, E'O'), соотвѣтствующія плоскостямъ лучей зрѣнія, которымъ принадлежатъ сіи слѣды, будутъ входить въ составъ видимаго обмѣра.

Такимъ же образомъ принимаютъ въ разсужденіе ребра основанія (AB, BC, CD, и т. д.) пирамиды, и находятъ, что лучи зрѣнія, принадлежащія плоскостямъ, въ точку зрѣнія изъ нѣкоторыхъ точекъ сего основанія проведеннымъ, будутъ безпрепятственно достигать до точки зрѣнія, а по сему что ребра (AB, BC, CD и DE) основанія будутъ также принадлежать видимому обмѣру. И такъ видимый обмѣръ будетъ представленъ линіею (OABCDEO, O'A'B'C'D'E'O'), и раздѣлитъ пирамиду на двѣ части, изъ которыхъ часть между сею линіею и точкою зрѣнія (V, V') будетъ видима.

b) *Построеніе перспективы.*

Изъ точекъ (O, O'), (A A'), (B, B') и. т. д. взаимнаго пресѣченія ребръ (AO, A'O'), (BO, B'O'), (AB, A'B'), и (BC, B'C') и. т. д., принадлежащихъ видимому обмѣру, проводятъ въ точку зрѣнія (V, V') прямыя (OV, O'V'), (AV, A'V'), (BV, B'V') и. т. д; строятъ точки пресѣченія (*o*, *o'*), (*a*, *a'*), (*b*, *b'*), и. т. д. сихъ прямыхъ съ картинною плоскостію. Сіи точки будутъ перспективами соотвѣтствующихъ имъ точекъ на данной начальной пирамидѣ.

Для обозрѣнія ихъ взаимнаго положенія, совмѣщаютъ данную картинную плоскость (YX, XY') съ вертикальною плоскостію проэкцій, и, да бы не смѣшать перспективы съ проэкціями данной начальной пирамиды, переносятъ картинную плоскость ближе къ точкѣ зрѣнія, въ положеніе (*yx*, *xy'*).

Построенныя точки перспективы будутъ находиться, въ совмѣщеніи съ вертикальною плоскостію проэкцій, соотвѣтственно, въ точкахъ (*m*), (*n*), (*p*) и. т. д. Сіи точки соединяютъ прямыми (*mn*), (*mp*), и. т. д., которыхъ система и будетъ перспективою данной начальной пирамиды.

c) *Построеніе тѣни въ перспективѣ.*

Положимъ, что данная пирамида освѣщена солнечнымъ свѣтомъ [лучъ (SS', *ff'*)], что линіи естественной и падающей тѣней построены по изложенному способу въ теоріи тѣней, и что должно построить оныя въ перспективѣ.

Для сего принимаютъ въ разсужденіе прямую (BO, B′O′), входящую въ систему линій отдѣла свѣта отъ тѣни и находящуюся на видимой части пирамиды.

Сію линію ставятъ въ перспективу по способу, изложенному въ § 118. Въ совмѣщеніи съ вертикальною плоскостію проэкцій сія прямая (BO, B′O′) будетъ находиться на прямой (*pm*). Поверхность пирамиды, лежащая отъ сей прямой въ сторону противоположную дѣйствію свѣта, а по тому неподверженная оному, въ перспективѣ будетъ (*mpn*).

Для начертанія въ перспективѣ падающей тѣни отъ данной начальной пирамиды на горизонтальную плоскость проэкцій принимаютъ въ разсужденіе тотъ слѣдъ (A*a*) изъ горизонтальныхъ слѣдовъ плоскостей, составленныхъ лучами зрѣнія, который пресѣкаетъ сію тѣнь. Часть (A*ah*) сей тѣни лежащая отъ сего слѣда въ сторону противоположную пирамидѣ и часть (AB*i*) тѣни прилежащая видимой части пирамиды будутъ видны; а по тому ставятъ въ перспективу линію (A*ah*BA) ограничивающую сіи части. Сія линія, поставленная въ перспективу и совмѣщенная съ вертикальною плоскостію проэкцій, будетъ находиться на линія (*pqr*), которая и опредѣлитъ падающую тѣнь отъ данной пирамиды, въ перспективѣ.

121) *Примѣръ* 3. Построить видимый обмѣръ и перспективу конуса [*основ.* (BCD), *верш.* (A, A′)], поставленнаго на паркетѣ, когда картинная плоскость будетъ (YX, XY′), при данной точкѣ зрѣнія (V, V′). (116) (*Черт.* XV).

a) *Построеніе видимаго обмѣра.*

Изъ данной точки зрѣнія (V, V′) проводятъ плоскости касательныя къ данному конусу. Строятъ производящія касанія (BA, B′A′), (CA, C′A′) сихъ плоскостей. Сіи производящія касанія и часть (BEC) основанія конуса, находящаяся между точкою зрѣнія (V, V′) и сими производящими (BA, B′A′), (CA, C′A′) будутъ линіею видимаго обмѣра на данномъ конусѣ, и раздѣлятъ оный на двѣ части, изъ которыхъ часть (*гор. проэк.* BECA) будетъ видна.

b) *Построеніе перспективы.*

Принимаютъ въ разсужденіе производящія (BA, B′A′), (CA, C′A′), входящія въ составъ видимаго обмѣра. Строятъ перспективы оныхъ (*ba*, *b′a′*), (*ca*, *c′a′*) (112, *Прил.* XVII). Построенныя перспективы, при совмѣщеніи картинной плоскости съ вертикальною плоскостію проэкцій, которое употребляется, по перенесеніи плоскости картинной въ положеніе (*yx*, *xy′*), ближе къ точкѣ зрѣ-

нія, да бы чертежъ былъ яснѣе, будутъ, соотвѣтственно, въ прямыхъ (de) и (fe).

Чрезъ всѣ точки части (BEC) основанія, принадлежащей видимому обмѣру, проводятъ лучи зрѣнія (BV, B'V'), (EV, E'V'), и т. д.; строятъ точки (b, b'), (g, g') и т. д. ихъ пресѣченія съ картинною плоскостію. Сіи точки, по перенесеніи картинной плоскости ближе къ точкѣ зрѣнія, на плоскость (yx, xy'), и по совмѣщеніи оной съ вертикальною плоскостію проэкцій, будутъ находиться въ точкахъ (d), (h) и т. д. Кривая (dhf), проведенная чрезъ построенныя таковымъ образомъ точки, будетъ перспективою дуги (BLC) основанія. (113. *Прил.* XVIII).

Построенныя прямыя (de) и (fe) и построенная кривая (dhf) составятъ перспективу даннаго начальнаго конуса [*осн.* (BCD), *верш.* (A, A')].

c) *Построеніе тѣней въ перспективѣ.*

Положимъ, что данный конусъ освѣщенъ солнечнымъ свѣтомъ [лучъ (SS', ff')], что линіи естественной и падающей тѣней построены, согласно съ способомъ изложеннымъ въ теоріи тѣней, и что должно построить оныя въ перспективѣ.

Такъ какъ линіи тѣней лежатъ, для предложеннаго конуса, на невидимой части онаго, то все перспективное изображеніе будетъ освѣщено.

Примѣчаніе. Чтобъ построить перспективу паркета, на которомъ поставленъ конусъ, принимаютъ въ разсужденіе, отдѣльно, каждую систему параллельныхъ линій, входящую въ составъ паркетнаго шахмата. Здѣсь будемъ имѣть системы линій [*парал.* (C'E')] и (*парал.* YX)].

Строятъ точку схода (F, F') перспективъ системы [*парал.* (C'E')], которая, при совмѣщеніи картинной плоскости съ вертикальною плоскостію проэкцій, будетъ находиться въ точкѣ (F''). (108).

Принимаютъ въ разсужденіе точки (Y), (X) и т. д. пресѣченія всѣй системы параллельныхъ линій съ горизонтальнымъ слѣдомъ картинной плоскости. Сіи точки, при совмѣщеніи картинной плоскости съ вертикальною плоскостію проэкцій, будутъ находиться въ точкахъ (Y''), (x) и т. д. Чрезъ построенныя предъ симъ точки (Y''), (x) и т. д. и точку схода (F'') первой системы протягиваютъ прямыя (Y''F''), (xF'') и т. д., которыя и будутъ перспективами первой системы параллельныхъ прямыхъ, ибо точки пресѣченія начальныхъ прямыхъ съ горизонтальнымъ слѣдомъ картинной плоскости, находясь въ картинной плоскости, будутъ сами своими перспективами.

Для построенія перспективы второй системы [*парал.* (YX)], которой прямыя будучи параллельны и плоскости картинной, опредѣляютъ въ перспективѣ систему параллельныхъ линій (110), строятъ перспективы (X, m'), (X, n') и т. д. точекъ пресѣченія (m), (n) и т. д. сей начальной системы съ осью проэкцій. Переносятъ точки (X, m'), (X, n'), и т. д. на вертикальную плоскость проэкцій. Получатъ точки (m''), (n'') и т. д., изъ которыхъ проводятъ прямыя $(m''m')$, $(n''n')$ и т. д. составляющія перспективу начальной системы.

Точки пресѣченія построенныхъ перспективъ, принадлежащихъ помянутымъ двумъ системамъ, будутъ перспективами вершинъ, принадлежащихъ различнымъ угламъ паркетнаго шахмата.

122) *Примѣръ* 4. Построить видимый обмѣръ и перспективу цилиндра [*осн.* (ABC, *произ.* (BD, B'D')], поставленнаго на паркетѣ, когда картинная плоскость будетъ (YX, XY'), при данной точкѣ зрѣнія (V, V') 117). (*Черт.* XVI).

a) *Построеніе видимаго обмѣра.*

Изъ данной точки зрѣнія (V, V') проводятъ плоскости касательныя къ данному цилиндру. Строятъ производящія касанія (AE, A'E'), (CF, C'F') сихъ плоскостей. Сіи производящія касанія, верхнее основаніе (EDFG, G'D') и часть (ABC) нижняго основанія цилиндра, находящаяся между точкою зрѣнія (V, V') и сими производящими (AE, A'E'), (CF, C'F') будутъ видимымъ обмѣромъ на данномъ цилиндрѣ, и раздѣлятъ оный на двѣ части, изъ которыхъ часть (*гор. проэк.* ABCFGEA) будетъ видна (*).

b) *Построеніе перспективы.*

Принимаютъ въ разсужденіе производящія (AE, A'E'), (CF, C'F') входящія въ составъ видимаго обмѣра. Строятъ перспективы оныхъ $(ae, a'e')$, $(cf, c'f')$ (112 *Прил.* XVII). Построенныя перспективы, при совмѣщеніи картинной плоскости съ вертикальною плоскостію проэкцій, которое производится по перенесеніи картинной плоскости въ положеніе (yx, xy'), ближе къ точкѣ зрѣнія, да бы чертежъ былъ яснѣе, будутъ въ прямыхъ (gg') и (hh').

(*) Верхнее основаніе цилиндра будетъ все видно въ томъ случаѣ, когда точка зрѣнія находится выше плоскости сего основанія; въ другихъ случаяхъ видна будетъ одна токмо часть онаго. По сему, когда точка зрѣнія выше верхняго основанія, какъ въ семъ примѣрѣ, вся кривая сего основанія входитъ въ систему линій видимаго обмѣра.

*

Чрезъ точки взятыя на верхнемъ основаніи (EDFG, G'D') и на части (ABC) нижняго основанія, принадлежащихъ видимому обмѣру, проводятъ лучи зрѣнія (AV, A'V'), (CV, C'V') и т. д. Строятъ точки ихъ пресѣченія (*a*, *a'*), (*c*, *c'*) и т. д. съ картинною плоскостію. Сіи точки, по перенесеніи плоскости картинной ближе къ точкѣ зрѣнія, на плоскость (*yx*, *xy'*), и по совмѣщеніи оной съ вертикальною плоскостію проэкцій, будутъ находиться въ точкахъ (*g*), (*h*) и т. д. Кривыя (*g'd'h'*), (*gdh*), проведенныя чрезъ построенныя таковымъ образомъ точки будутъ перспективами дугъ (EDFG, G'D') и (ABC) основаній. (113) *Прил.* XVIII).

Построенныя прямыя (*gg'*) и (*hh'*) и кривыя (*g'd'h'*) и (*gdh*) составятъ перспективу даннаго цилиндра [*основ.* (ABC) *произ.* (BD, B'D')].

c) *Построеніе тѣней въ перспективѣ.*

Положимъ, что данный цилиндръ освѣщенъ свѣтящеюся точкою (S, S'), что линіи естественной и падающей тѣней построены по способу изложенному въ теоріи тѣней, и что должно построить оныя въ перспективѣ.

Принимаютъ въ разсужденіе линіи (HI, H'I'), (KL, K'L'), (IGL, I'G'L') находящіяся на видимой части цилиндра (*гор. пр.* ABCFGEA) и принадлежащія кривой отдѣла свѣта отъ тѣни. Строятъ перспективы сихъ линій, которыя, по перенесеніи плоскости картинной ближе къ точкѣ зрѣнія, какъ предъ симъ упомянуто, будутъ находиться на линіяхъ, соотвѣтственно, (*ii'*), (*kk'*), (*g'lh'*), и опредѣлятъ часть цилиндра, отѣненную и видимую въ перспективѣ.

Для построенія въ перспективѣ падающей тѣни отъ цилиндра на горизонтальную плоскость проэкцій, принимаютъ въ разсужденіе горизонтальные слѣды (HM) и (KN) плоскостей, касательныхъ къ цилиндру и проведенныхъ изъ точки зрѣнія, и при томъ линію пресѣченія съ горизонтальною плоскостію проэкцій конуса, которому направляющею служитъ часть верхняго основанія, входящая въ составъ видимаго обмѣра, а вершиною — точка зрѣнія. Часть падающей тѣни, лежащая между сими линіями и линіею падающей тѣни, въ сторону противоположную цилиндру, будетъ видна; а по тому и строятъ перспективу линій (A*m*M), (C*n*N) ограничивающихъ сію часть. Сіи линіи, по перенесеніи плоскости картинной и совмѣщеніи оной съ вертикальною плоскостію проэкцій, будутъ находиться на линіяхъ (*gm'o'*), (*hn'p'*), которыя и ограничатъ падающую тѣнь въ перспективѣ, происходящую отъ даннаго цилиндра, на горизонтальной плоскости проэкцій.

Примѣчаніе. Для построенія перспективы шахмата паркета, употребляется построеніе точекъ схода, принадлежащихъ системамъ параллельныхъ линій, обрисовывающихъ шахматъ, то есть способъ, который уже приложенъ нами при описаніи перспективы конуса (121. *Прим.* 3).

123) Изложивъ способы строить видимые обмѣры и перспективы поверхностей, подверженныхъ закону непрерывности, при какомъ ни есть взаимномъ положеніи картинной плоскости и точки зрѣнія, надлежало бы заняться построеніемъ видимаго обмѣра и перспективы поверхностей, составленныхъ изъ многихъ другихъ, или, что все тоже, поверхности неподверженной закону непрерывности; но естественное положеніе, опредѣленное изъ опытовъ и зависящее отъ устроенія органа зрѣнія и свойствъ окружающей насъ среды, имѣетъ столь большое вліяніе на правильность перспективныхъ изображеній, что, до перехода къ болѣе сложнымъ примѣрамъ, мы займемся изслѣдованіемъ тѣхъ условій, которымъ должны удовлетворять картинная плоскость и точка зрѣнія для того, чтобъ начертанная перспектива была естественна, то есть производила бы на зрителя впечатлѣніе, согласное съ существующимъ въ природѣ.

III. *О предѣлахъ положенія точки зрѣнія относительно къ плоскости картинной.*

124) При обозрѣніи однимъ взглядомъ какого ни есть предмета, самое естественное положеніе состоитъ въ томъ, чтобъ стать противъ средины онаго. Такимъ образомъ какое либо зданіе произведетъ на насъ то впечатлѣніе, которое предположено художникомъ при сооруженіи онаго, есть ли мгновенное впечатлѣніе позволитъ намъ почувствовать все согласіе частей онаго, которыя располагаются такъ, чтобъ главная часть, или соединяющая всѣ прочія, находилась въ срединѣ. Потомъ уже зритель, не занимаясь цѣлымъ, переходитъ къ разсматриванію частей. При томъ, обозрѣвая какой ни есть предметъ, всегда относятъ оный къ тому предмету, который будучи усматриваемъ тѣмъ же взглядомъ, находится ближе другихъ къ зрителю; а по тому картинная плоскость должна имѣть положеніе непосредственно предъ симъ предметомъ. Вотъ по чему во всякой картинѣ, въ лѣвой или въ правой сторонѣ оной, изображается какой ни есть предметъ, который предпологаютъ находящимся въ самой картинной плоскости, и по которому судятъ о величинѣ и расположеніи прочихъ частей картины.

Чувствованіе вертикальнаго направленія врожденно человѣку непрестанно окруженному предметами или естественными, или искуственными, не отклоняющимися отъ сего направленія, которое составляетъ одно постоянное положеніе, къ коему относятъ всѣ другія, а по тому и воображаемая картинная плоскость имѣетъ въ природѣ вертикальное положеніе.

Изъ сего разсужденія слѣдуетъ: 1) что обозрѣніе предмета должно предпологать посредствомъ одного взгляда; 2) что точка зрѣнія должна находиться въ вертикальной плоскости раздѣляющей картину на двѣ равныя части, и тогда проэкція точки зрѣнія на картинной плоскости будетъ находиться на вертикальной линіи, раздѣляющей картину по поламъ, и которая называется *среднею линіею* картины; 3) что картинная плоскость должна имѣть положеніе непосредственно предъ изображаемымъ предметомъ, и, притомъ, должна быть вертикальна (*).

(*) Обозрѣніе однимъ взглядомъ предмета такъ точно предшествуетъ въ природѣ обозрѣнію онаго по частямъ, какъ *перспективное изображеніе* онаго предшествуетъ *геометрическому возвышенію.* Перпендикулярная проэкція предмета есть перспектива онаго, когда точка зрѣнія удалена на безконечное разстояніе. Впечатлѣніе, остающееся въ насъ отъ обозрѣнія однимъ взглядомъ предмета, зависитъ отъ сочувствія, которое мы получаемъ о воображаемой картинной плоскости, которую, какъ зеркало, природа держитъ невидимо предъ нами. Сіе изображеніе, при перемѣнѣ мѣста, такъ, что для каждой точки предмета лучъ зрѣнія перпендикуляренъ къ сей плоскости, то есть при подробномъ разсматриваніи, составляетъ перпендикулярную проэкцію сего предмета на сей плоскости. Но представляя рядъ предметовъ, одинъ за другимъ, мы видимъ, что лучи зрѣнія, пресѣкая оный, соотвѣтствуютъ, каждый, точкамъ различныхъ предметовъ, а по тому для опредѣленія точекъ того же предмета относимъ оный, искуственно, къ другой плоскости. Сіе послужило основаніемъ изображенію предметовъ проэкціею на двухъ плоскостяхъ; а врожденное чувствованіе въ человѣкѣ о вертикальномъ и горизонтальномъ положеніяхъ, о положеніяхъ тяжести и жидкости, обратило сіи проэкціи въ вертикальную и въ горизонтальную, то есть въ *профиль* и въ *планъ.* Сія простая мысль изображать окружающіе насъ естественные предметы и предметы искуственные съ соблюденіемъ точныхъ ихъ измѣреній, почерпнутая въ самой природѣ, столь безчисленно разнообразной въ ея формахъ, послужила основаніемъ величественной мысли Монжа создать *Начертательную Геометрію,* столь безчисленно разнообразную въ ея приложеніяхъ, которой языкъ, или письмена, столь естественъ, и которая можетъ быть приноровлена самымъ удобнѣйшимъ образомъ ко всему, что только подлежитъ измѣренію. Письмена, которыми выражены данныя и искомыя величины во всѣхъ другихъ отрасляхъ Математики, требуютъ перевода, но языкъ Начертательной Геометріи внятенъ, ибо сіи величины выражаются способомъ почерпнутымъ изъ самой природы.

125) Мы сказали что зритель долженъ имѣть такое положеніе, по которому проэкція точки зрѣнія на плоскости картинной должна находиться на средней линіи, по сему прямо будутъ обозрѣваться токмо тѣ предметы, которые находятся на сей линіи, прочіе же, находящіеся по обѣ стороны оной, будутъ усматриваться косвенно. Таковое косвенное усматриваніе ни сколько не уменьшаетъ впечатлѣнія, которое предметы картины, въ сложности, должны производить на зрителя, ибо главный предметъ всегда изображается въ срединѣ, а прочіе составляютъ токмо принадлежности, способствующія къ выставкѣ главнаго предмета; а потому и должны усматриваться не иначе, какъ при обозрѣваніи онаго, то есть не должны быть усматриваемы посредствомъ прямаго, или мало отклоняющагося отъ сего положенія, луча зрѣнія (**).

126) Разстояніе, на которое точка зрѣнія должна быть возвышена надъ горизонтомъ, болѣе произвольно. Самая естественная высота оной соотвѣтствуетъ человѣческому росту, которое измѣреніе должно быть принято по маасштабу картины. Иногда, что бы картина была разнообразнѣе, то есть заключала бы большее число предметовъ, точку зрѣнія возвышаютъ не много болѣе сей высоты, что предполагаетъ въ природѣ зрителя находящимся на легкомъ возвышеніи, какъ, напримѣръ, на холмѣ, и случается при перспективѣ пейзажей. При томъ должно упомянуть, что существуетъ особенный родъ изображенія предметовъ, извѣстный подъ названіемъ *перспективы съ птичьяго полета*, или *летучей перспективы*. При таковомъ изображеніи предметовъ предполагаютъ, что точка зрѣнія находится на большей высотѣ надъ горизонтомъ, то есть что зритель обозрѣваетъ извѣстный участокъ земной поверхности съ башни, съ горы, и т. д. Въ сей перспективѣ, которая рѣдко употребляется, проэкція точки зрѣнія на картинной плоскости будетъ находиться въ верхней части картины.

(**) Когда перспектива есть изображеніе предмета, при обозрѣніи коего лучи зрѣнія сообщаются точками онаго весьма косвенно, тогда оная принимаетъ названіе *искуственной* или *обманчивой* перспективы, ибо смотря на оную просто, какъ на рисунокъ, трудно получить ясное понятіе о видѣ начальной поверхности, между тѣмъ, какъ по избраніи извѣстной точки зрѣнія, принятой при построеніи перспективы, изображеніе произведетъ то же впечатлѣніе, какъ начальная поверхность.

Представляя механизмъ какой ни есть сложной машины, или вообще составныя части какого ни есть сложнаго предмета, должно избирать такимъ образомъ положеніе точки зрѣнія, что бы части, о которыхъ зрителю предполагается сообщить яснѣйшее понятіе, находились на средней линіи изображенія, и главнѣйшія точки оныхъ были выставлены болѣе прочихъ. При семъ не должно забыть, что выборъ обстоятельствъ освѣщенія предмета способствуетъ къ наибольшей выставкѣ однѣхъ или другихъ частей онаго; а по тому естьли выборъ сей сдѣланъ, то, не менѣе, и выборъ точки зрѣнія долженъ выставлять тѣ части, которыя посредствомъ ихъ освѣщенія, или, такъ сказать, по общему дѣйствію на оныхъ свѣта и тѣни, могутъ произвести на зрителя большее впечатлѣніе.

127) Что бы опредѣлить разстояніе, на которое точка зрѣнія должна быть удалена отъ картинной плоскости, вспомнимъ, что обозрѣніе предметовъ производится посредствомъ одного взгляда, и, основываясь на семъ, изыщемъ условіе, которому необходимо должно удовлетворять сіе разстояніе.

Изъ опытовъ доказано, что поле зрѣнія, то есть пространство, на которое можетъ простираться обозрѣніе однимъ взглядомъ, имѣетъ предѣломъ оптической прямой конусъ, котораго уголъ—производителъ равняется 45, а уголъ при вершинѣ 90 градусамъ. При семъ должно замѣтить, что лучи зрѣнія, прилежащіе къ производящимъ, не сообщаютъ уже чистаго зрѣнія, ибо предметы усматриваются посредствомъ оныхъ сбивчиво, и что ясность зрѣнія, или точное усматриваніе предметовъ имѣетъ мѣсто тѣмъ въ большей степени, чѣмъ сообщаемые предметами лучи будутъ болѣе приближены къ оси конуса, или къ оптической оси, которая будетъ перпендикуляромъ, опущеннымъ изъ точки зрѣнія на картинную плоскость, или проэктирующею линіею точки зрѣнія на сію плоскость. Изъ сего слѣдуетъ, что существуетъ предѣлъ, или другой конусъ, находящіеся въ которомъ лучи зрѣнія сообщаютъ глазу способность обозрѣвать предметы явственно, и сей то конусъ чистаго зрѣнія составляетъ треть перваго конуса, то есть имѣетъ при вершинѣ уголъ въ 30 градусовъ, а по тому угломъ производителемъ - уголъ въ 15 град. Положимъ что сей послѣдній конусъ пресѣченъ чрезъ точку зрѣнія плоскостію, перпендикулярною къ плоскости картинной. Въ сей плоскости долженъ находиться перпендикуляръ, опущенный изъ точки зрѣнія на картинную плоскость, который и измѣряетъ разстояніе оной до картинной плоскости. Сѣченіемъ сей плоскости съ картинною плоскостію и съ конусомъ получится

треугольникъ, котораго два бока, равные между собою, будутъ производящими конуса, между точкою зрѣнія и картинною плоскостію, а третія сторона, которую можно принять за основаніе треугольника, будетъ прямою пресѣченія проведенной плоскости, между точками пресѣченія съ картинною плоскостію упомянутыхъ нами боковъ. Высота сего равнобедреннаго треугольника, котораго вершина въ точкѣ зрѣнія, и уголъ при вершинѣ равенъ 30 град., будетъ разстояніемъ точки зрѣнія до картинной плоскости. По отношеніе высоты къ основанію можетъ быть опредѣлено; и въ равнобедренномъ треугольникѣ, котораго уголъ при вершинѣ равняется 30 град., высота, приблизительно, равна удвоенному основанію. И такъ какъ основаніе описаннаго треугольника показываетъ измѣреніе картины, то изъ сего и слѣдуетъ, что при естественномъ положеніи точки зрѣнія относительно къ плоскости картинной, точка зрѣнія должна быть удалена отъ картинной плоскости, по наименьшей мѣрѣ, на удвоенное измѣреніе картины, избирая для онаго длину, есшьли она болѣе высоты, и обратно. По той же причинѣ, что бы судить здраво о сложности какого либо зданія, становятся противъ средины онаго, на разстояніе превышающее вдвое длину онаго, или высоту, естьли сія последняя болѣе первой.

Прибавимъ къ сему, что описанный нами предѣлъ удаленія точки зрѣнія измѣняется по мѣсту, на которомъ должна находиться картина. Для обыкновенныхъ картинъ сей предѣлъ не долженъ превосходить удвоеннаго или утроеннаго наибольшаго ихъ измѣренія. При обозрѣніи картинъ малаго размѣра, оный не бываетъ болѣе восемь или девять разъ взятаго наименьшаго ихъ измѣренія; что же касается до рисунковъ, которые должны разсматриваться въ близи, оный не долженъ превосходить ихъ удвоеннаго наибольшаго измѣренія, кромѣ самыхъ мѣлкихъ картинъ или рисунковъ. Для перспективъ, которыя должны обозрѣваться на большихъ разстояніяхъ, сей предѣлъ увеличивается. При опредѣленіи точки зрѣнія, относительно къ картинамъ и рисункамъ весьма мѣлкой работы, должно принять въ разсужденіе, что способность чистаго зрѣнія пріобрѣтается на разстояніи отъ глаза, превышающее восемь дюймовъ.

127) Изъ сказаннаго нами слѣдуетъ, что естественное положеніе точки зрѣнія относительно къ картинной плоскости, и сей послѣдней касательно начальнаго предмета, подлежитъ слѣдующимъ условіямъ:

1) Картинная плоскость вертикальна, и имѣетъ положеніе непосредственно предъ начальнымъ предметомъ.

2) Проэкція точки зрѣнія на картинной плоскости находится *на средней линіи* картины, и при томъ возвышается надъ горизонтомъ: a) на человѣческой ростъ при обыкновенныхъ перспективахъ; b) болѣе сего при перспективахъ пейзажей; c) находится въ верхней части картины для перспективъ летучихъ.

3) Точка зрѣнія должна быть удалена отъ картинной плоскости, по меньшей мѣрѣ, на удвоенное наибольшее измѣреніе картины, и всегда на разстояніе, превышающее восемь дюймовъ.

IV. *О построеніи видимаго обмѣра и перспективы поверхностей, составленныхъ изъ многихъ другихъ.*

128) Показавъ способъ опредѣлять видимый обмѣръ и перспективу поверхностей, подверженныхъ закону непрерывности, и наложивъ предѣлы, которые существуютъ для данныхъ перспективы, да бы оная производила дѣйствіе, согласное съ природою, опишемъ пріемы, служащіе къ опредѣленію видимаго обмѣра и перспективы поверхности, ограниченной многими поверхностями, или поверхности, неподверженной закону непрерывности.

Для сего существуютъ два способа: одинъ употребляется тогда, когда требуется большая точность, а другой общій способъ есть вспомогательный, и служитъ для построенія видимаго обмѣра и перспективы въ томъ случаѣ, когда степень точности, до которой желаютъ достигнуть, будетъ токмо приблизительная.

129) При опредѣленіи видимаго обмѣра и перспективы поверхности, неподверженной закону непрерывности, самый естественный способъ состоитъ въ томъ, чтобъ разсматривать сію поверхность, какъ систему частныхъ поверхностей, изъ которыхъ каждая подвержена закону непрерывности.

Другой способъ, употребляемый въ практикѣ, когда не требуется большей точности при опредѣленіи линій вопроса, состоитъ въ разсматриваніи сей поверхности, какъ образующейся рядомъ линій, опредѣленныхъ пресѣченіемъ оной поверхности со вспомогательными плоскостями, проводимыми извѣстнымъ образомъ.

A) *Способъ пользующійся строгою точностію.*

130) Принимаютъ въ разсужденіе отдѣльно каждую изъ поверхностей, составляющихъ данную начальную поверхность.

a) *Для видимаго обмѣра.*

Строятъ на каждой изъ сихъ поверхностей видимый обмѣръ. Система сихъ частныхъ видимыхъ обмѣровъ на составныхъ, принимаемыхъ въ разсужденіе отдѣльно поверхностяхъ, будетъ линіею видимаго обмѣра на данной начальной поверхности.

Въ случаѣ, когда частныя линіи видимаго обмѣра на двухъ прилежащихъ одна къ другой поверхностяхъ, не пресѣкаютъ въ одной и той же точкѣ кривую сопряженія сихъ поверхностей, часть сей кривой, между точками пресѣченія съ оною упомянутыхъ частныхъ линій видимаго обмѣра, войдетъ также въ составъ общей линіи видимаго обмѣра на предложенной поверхности (*).

b) *Для перспективы.*

Строятъ перспективу видимаго обмѣра на каждой изъ частныхъ поверхностей, принимаемыхъ въ разсужденіе отдѣльно. Строятъ перспективы тѣхъ частей линій сопряженія прилежащихъ поверхностей, которыя входятъ въ составъ линіи видимаго обмѣра.

Искомая перспектива данной начальной поверхности будетъ системою всѣхъ построенныхъ нами перспективъ, ибо послужитъ пресѣченіемъ картинной плоскости съ конусомъ, котораго вершина въ точкѣ зрѣнія, а направляющая— видимый обмѣръ начальной поверхности.

B) *Способъ употребляемый въ практикѣ, когда не требуется большей точности.*

131) *Приложеніе* XX. Построить видимый обмѣръ и перспективу поверхности, неподверженной закону непрерывности.

1) Для построенія линіи видимаго обмѣра употребляютъ систему вспомогательныхъ плоскостей, перпендикулярныхъ къ вертикальной плоскости проэкцій и проходящихъ чрезъ точку зрѣнія.

Строятъ кривыя пресѣченія сихъ плоскостей съ данною, неподверженною закону непрерывности, поверхностію; и такимъ образомъ получатъ рядъ

(*) Построеніе видимаго обмѣра на данной поверхности согласно съ построеніемъ кривой отдѣла свѣта отъ тѣни, при освѣщеніи свѣтящеюся точкою, когда сія послѣдняя точка замѣнится точкою зрѣнія (36 и 38).

кривыхъ, начерченныхъ на предложенной поверхности, находящихся въ плоскостяхъ, которыя проходятъ чрезъ точку зрѣнія.

Къ симъ кривымъ изъ точки зрѣнія проводятъ касательныя. Сіи касательныя будутъ производящими конуса, обертывающаго начальную поверхность изъ точки зрѣнія, ибо a) касательная къ кривой, начерченной на поверхности, касательна и къ самой поверхности, и b) сіи касательныя проходятъ чрезъ точку зрѣнія.

Замѣчаютъ точки касанія проведенныхъ касательныхъ. Сіи точки будутъ принадлежать кривой касанія, къ начальной поверхности, обертывающаго оную конуса изъ точки зрѣнія, а по тому видимому обмѣру.

Примѣчаніе. Сіи кривыя тѣмъ съ большею точностію определены будутъ, чѣмъ сѣкущія плоскости будутъ имѣть ближайшее взаимное положеніе; а по тому степень точности, до которой желаютъ достигнуть при начертаніи сихъ кривыхъ, опредѣляетъ число вспомогательныхъ кривыхъ, а по тому и число сѣкущихъ вспомогательныхъ плоскостей.

2) Для построенія перспективы данной начальной поверхности, строятъ точки пресѣченія проведенныхъ касательныхъ, къ кривымъ начерченнымъ на сей поверхности, о которыхъ мы предъ симъ упомянули, съ картинною плоскостію Такъ какъ касательныя суть производящія обертывающаго предложенную поверхность изъ точки зрѣнія конуса, то есть конуса, которому служатъ: направляющею—видимый обмѣръ, а вершиною—точка зрѣнія, то сіи точки пресѣченія и будутъ принадлежать кривой пресѣченія сего обертывающаго конуса съ картинною плоскостію, а по тому искомой перспективѣ.

Примѣры.

132) *Примѣръ* I. Построить линію видимаго обмѣра и перспективу данной Дорической Римской Капители (ABCD, A′B′C′D′) при данной картинной плоскости (YX, XY′) и точкѣ зрѣнія (V, V′) (*Черт.* XVII) (*).

A) *Построеніе видимаго обмѣра.*

Изъ точки зрѣнія (V, V′) пресѣкаютъ предложенную поверхность плоскостями, перпендикулярными къ вертикальной плоскости проэкцій. Вертикальные слѣды сихъ плоскостей будутъ (V′E′), (V′F′), и т. д.

(*) Разборъ частныхъ поверхностей, изъ которыхъ составлена сія поверхность, можно видѣть въ § 39, равно какъ и буквы, которыми означены сіи поверхности.

Строятъ кривыя пресѣченія сихъ плоскостей съ предложенною поверхностію. Сіи кривыя будутъ:

Для первой вспомогательной плоскости, кривая (*гор. пр. ab, lk*) на поверхности вращенія (*d*).

Кривая (*гор. пр. be, ki*) на цилиндрѣ (*e*).

Кривая (*гор. пр. cd, hi*) на поверхности вращенія (*f*).

На нижней плоскости ограничивающей поверхность (*f*) кривыя (*гор. пр. de, gh*).

На цилиндрѣ (*g*) кривая (*гор. пр. efg*).

Для второй вспомогательной плоскости, на цилиндрѣ (*l*) кривая (*гор. пр. кругъ, рад. xg*), и такъ далѣе.

Кромѣ того изъ точки зрѣнія проводятъ касательныя плоскости къ цилиндрамъ (*e*), (*g*), (*i*), и (*l*); строятъ производящія касанія, соотвѣтственно, (*i, no*), (l^3, *no*), (*k, pq*), (*m, pq*); (*i, rs*), (l^3, *rs*), (*k, tu*), (*m, tu*).

На кривыхъ пресѣченія вспомогательныхъ плоскостей получимъ точки касанія проведенныхъ къ онымъ изъ точки зрѣнія касательныхъ. Сіи точки будутъ:

На кривой пресѣченія первой вспомогательной плоскости: точка (*v, v*), и точка (*γ, v*) на поверхности вращенія (*d*).

На кривой пресѣченія второй вспомогательной плоскости получимъ на цилиндрѣ (*l*) точки касанія: (*k, x*), (*m, x*), и такъ далѣе.

Сіи точки касанія будутъ принадлежать кривой касанія къ предложенной поверхности конуса, обертывающаго оную изъ данной точки зрѣнія; а по сему—видимому обмѣру.

Чрезъ опредѣленныя точки касанія проводятъ кривыя, которыя, вмѣстѣ съ опредѣленными производящими касанія на цилиндрахъ, и составятъ искомый видимый обмѣръ (*kzmy′, zvnoqpsrut*).

Къ видимому обмѣру должно также отнести: на параллелепипедѣ (*a*) ребра (CD, C′), (C, C′C″), и (D, C′C″).

На тѣлѣ (*b*) ребро (GH, G′) и кривыя (GI, G′I′) и (KH, G′I′).

На параллелепипедѣ (*c*) ребра (LM, L′), (L, L′N), (M, L′N), (MO, NO′), (LP, NO′).

На горизонтальной плоскости проэкцій часть (*kfm*) основанія нижняго цилиндра (*l*).

B) *Построеніе перспективы.*

Строятъ перспективы опредѣленныхъ предъ симъ точекъ касанія. Получатъ (*).

Для точки (v, v) точку v'.

Для точки (γ, v) точку γ'.

Для точки (k, x) точку k', и такъ далѣе.

Такимъ же образомъ ставятъ въ перспективу опредѣленныя предъ симъ ребра, входящія въ составъ видимаго обмѣра; будутъ имѣть:

Для ребра (CD, C') ребро $(c'd')$,

Для ребра $(C, C'C'')$ ребро $(c'c'')$,

Для ребра $(D, C'C'')$ ребро $(d'd'')$,

Для ребра (GH, G') ребро $(g'h')$.

Для кривой $(GI, G'I')$ кривую $(g'i')$, и для кривой $(KH, G'I')$ кривую $(k'h')$.

Для ребра (LM, L') ребро $(l'm')$,

Для ребра $(L, L'N)$ ребро $(l'n')$,

Для ребра $(M, L'N)$ ребро $(m'n'')$,

Для ребра (MO, NO') ребро $(n''o'')$,

Для ребра (LP, NO') ребро $(n'o')$.

Для части основанія (hfm) на плоскости горизонтальной проэкцій получимъ въ перспективѣ кривую $(p'q'r')$.

Чрезъ построенныя перспективы точекъ касанія, принадлежащихъ видимому обмѣру начальной поверхности, проводятъ кривыя, которыя, вмѣстѣ съ построенными перспективами ребръ, составятъ систему линій, представляющую искомую перспективу $(c'd'p'r')$ данной начальной поверхности.

Прибавленіе. Подъ особенными точками при построеніи перспективы даннаго начальнаго предмета должно разумѣть точки пресѣченія линіи видимаго обмѣра съ особенными линіями, начерченными на начальной поверхности, служащими къ выказыванію кривизны сей поверхности, какъ напримѣръ съ кривыми естественной и падающей тѣней, при извѣстномъ освѣщеніи сей поверхности.

C) *Построеніе тѣней въ перспективѣ.*

(*) По перенесеніи картинной плоскости ближе къ точкѣ зрѣнія, дабы не смѣшать перспективы съ геометрическимъ возвышеніемъ, въ положеніе $(\gamma x, x\gamma')$, и по совмѣщеніи сей плоскости съ вертикальною плоскостію проэкцій.

Положимъ что данная Дорическая Римская Капитель освѣщена солнечнымъ свѣтомъ (*лучъ* SP, S′P′), что линіи естественной и падающей тѣней построены по способу изложенному въ теоріи тѣней, и что должно построить оныя въ перспективѣ.

Принимаютъ въ разсужденіе линіи: ($a^2b^2c^2$, d^2e^2), ($f^2g^2h^2$, $i^2k^2l^2$), (m^2, n^2), (o^2, p^2), (q^2, r^2), (s^2t^2, u^2v^2), (mfk, $q^2x^2y^2z^2$), ($a^3b^3c^3$, e^3f^3), (l^3g^3i, h^3i^3), ($k^3l^3m^3$, n^3o^3), входящія въ составъ кривыхъ линій естественной и падающей тѣней на предложенной поверхности; ставятъ оныя въ перспективу, и получатъ, соотвѣтственно, линіи ($a^4b^4c^4$), ($d^4e^4f^4$), (g^4), (h^4), (i^4k^4), (l^4m^4), ($n^4o^4p^4q^4$), ($r^4s^4t^4$), (u^4v^4), ($x^4y^4z^4$), ($t^3u^3v^3$).

Такимъ же образомъ ставятъ въ перспективу линіи (*гор. пр.* a^5b^5), (*гор. пр.* c^5d^5), (*гор. пр.* e^5f^5), (*гор. пр.* g^5h^5), (*гор. пр.* i^5k^5), (*гор. пр.* l^5m^5), (*гор. пр.* n^5o^5), (*гор. пр.* p^5q^5), (*гор. пр.* r^5s^5), составляющія линіи тѣней на тѣлѣ ограниченномъ кривою поверхностію (b) и на параллелепипедѣ (c), и получатъ, соотвѣтственно, линіи (t^5u^5), (v^5x^5), (y^5z^5), и (a^6b^6).

Система всѣхъ сихъ построенныхъ линій отдѣлитъ въ перспективѣ оттѣненную часть предложенной поверхности отъ ея освѣщенной части.

133) *Примѣръ* 2. Построить линію видимаго обмѣра и перспективу вазы (ABCDE, A′B′C′D′E′F′), при данной картинной плоскости (YX, XY) и точкѣ зрѣнія (V, V′). (*Черт.* XVIII) (*).

A) *Построеніе видимаго обмѣра.*

Изъ точки зрѣнія (V, V′) пресѣкаютъ предложенную поверхность плоскостями перпендикулярными къ вертикальной плоскости проэкцій. Вертикальные слѣды сихъ плоскостей будутъ (V′G′), (V′H′), и т. д. Строятъ кривыя пресѣченія сихъ плоскостей съ предложенною поверхностію. Получатъ кривыя:

На первой вспомогательной плоскости:

На поверхности вращенія (b) кривую (FGH, I′K′).

На поверхности вращенія (c) кривую (HIF, LK′).

На второй вспомогательной плоскости:

На поверхности вращенія (c) кривую (MNO, K′L′), и такъ далѣе.

(*) Разборъ частныхъ поверхностей, изъ которыхъ составлена сія поверхность, можно видѣть въ § 40, равно какъ и буквы, которыми означены сіи поверхности.

Кромѣ того проводятъ изъ точки зрѣнія (V, V′) касательныя плоскости къ цилиндрамъ (*a*) и (*f*). Строятъ производящія касанія, которыя и будутъ, соотвѣтственно: (P, P′Q′), (Q, P′Q′), (R, R′) и (S, R′).

Къ построеннымъ кривымъ пресѣченія проводятъ изъ точки зрѣнія (V, V′) всевозможныя касательныя. Получатъ точки касанія:

На кривой пресѣченія первой вспомогательной плоскости точки касанія на поверхности вращенія (*c*): точку (T, T′) и точку (U, T′).

На кривой пресѣченія второй вспомогательной плоскости, на поверхности вращенія (*c*) точки: (V, V′) и (W, V′), и такъ далѣе.

Сіи точки касанія будутъ принадлежать кривой касанія къ предложенной поверхности конуса, обертывающаго оную изъ данной точки зрѣнія, а по тому—видимому обмѣру.

Чрезъ опредѣленныя точки касанія проводятъ кривыя, которыя, вмѣстѣ съ опредѣленными производящими касанія на цилиндрахъ, составятъ искомый видимый обмѣръ (T*x*U, Q′P′T′V′R′).

Къ видимому обмѣру должно также отнести, на параллелепипедѣ (*g*) ребра: (*ab*, *e*), (*ab*, A′), (*b*, A′*e*) и (*a*, A′*e*).

B) *Построеніе перспективы.*

Строятъ перспективы опредѣленныхъ предъ симъ точекъ касанія. Получатъ * :

Для точки (T, T′) точку (*f*).
Для точки (U, T′) точку (*g*).
Для точки (V, V′) точку (*h*).
Для точки (W, V′) точку (*i*), и такъ далѣе.

Также ставятъ въ перспективу опредѣленныя предъ симъ ребра, входящія въ составъ видимаго обмѣра на предложенной поверхности. Будутъ имѣть:

Для ребра (*ab*, A′) ребро (*kl*).
Для ребра (*ab*, *e*) ребро (*mn*).
Для ребра (*b*, A′*e*) ребро (*km*).
Для ребра (*a*, A′*e*) ребро (*ln*).

---

* По перенесеніи картинной плоскости, для того что бы не смѣшать перспективы съ геометрическимъ возвышеніемъ, въ положеніе (*yx*, *xy*′), и по совмѣщеніи сей плоскости съ вертикальною плоскостію проэкцій.

Чрезъ построенныя перспективы точекъ касанія проводятъ кривыя, которыя, вмѣстѣ съ построенными перспективами ребръ, составятъ систему линій, представляющую перспективу $(ognmf)$ данной начальной поверхности.

Къ сей перспективѣ должно отнести и прямыя составляющія перспективы производящихъ касанія $(P, P'Q')$, $(Q, P\,Q')$, (R, R') и (S, R'). Сіи перспективы построятся также, какъ и перспективы ребръ.

C) *Построеніе тѣней въ перспективѣ.*

Положимъ, что данная ваза освѣщена свѣтящеюся точкою (S, S), что линіи собственной и падающей тѣней построены по способу изложенному въ теоріи тѣней, и что должно построить ихъ въ перспективѣ.

Принимаютъ въ разсужденіе линіи (p, qr), (stu, vx), $(yMz, a^2b^2c^2)$, (d^2e^2, f^2g^2), $(h^2i^2k^2, l^2m^2n^2)$, (o^2p^2), (q^2r^2), входящія въ составъ кривыхъ линій собственной и падающей тѣней на предложенной поверхности.

Ставятъ сіи линіи въ перспективу. Получатъ, соотвѣтственно, линіи: (a^3b^3), ($c^3d^3e^3$ *не видна въ перспек.*), $(f^3g^3h^3)$, (i^3k^3), (l^3m^3), (n^3 *не видна въ перспек.*), (o^3).

Система всѣхъ сихъ построенныхъ линій отдѣлитъ въ перспективѣ отѣненную часть предложенной поверхности отъ освѣщенной части.

Приложеніе. Кривыя падающей тѣни на плоскостяхъ проэкцій: на горизонтальной плоскости кривая $(p^3q^3r^3)$, на вертикальной плоскости кривая $(s^3t^3u^3v^3w^3)$, поставленныя въ перспективу по общему способу, по перенесеніи плоскости картинной въ положеніе (yx, xy') будутъ представлены линіями, соотвѣтственно: $(z^3c^4d^4)$ и $(c^4b^4a^4y^3)$.

IV. *О способѣ схода употребляемомъ для построенія перспективъ.*

134) Изложенные нами предъ симъ способы строить перспективы данныхъ начальныхъ поверхностей, пользуются наибольшею всеобщностію, и составляютъ единственное средство для построенія перспективы на картинныхъ кривыхъ поверхностяхъ; но, не смотря на сіе, доказанное нами въ § 108 свойство относительно къ точкѣ схода системы перспективъ, принадлежащихъ параллельнымъ линіямъ, и въ послѣдствіи приложенное къ строенію перспективы паркетовъ (121 и 122), предлагаетъ другой способъ построенія перспективы, который часто съ выгодою предъ первыми можетъ быть употребляемъ при плоскихъ картинныхъ поверхностяхъ. Сей послѣдній способъ назы-

ваемый *способомъ схода*, можетъ быть приложенъ къ перспективамъ на плоскихъ поверхностяхъ, какъ практической способъ, и въ особенности для тѣхъ архитектурныхъ предметовъ, въ составъ которыхъ входятъ многія системы параллельныхъ линій, и притомъ когда картинная плоскость вертикальна.

135 Чтобы поставить въ перспективу систему параллельныхъ линій, строятъ съ картинною плоскостію точку пресѣченія прямой, протянутой изъ точки зрѣнія параллельно начальнымъ прямымъ. Сія точка будетъ общая всѣмъ перспективамъ (108). Принимаютъ въ разсужденіе на начальныхъ прямыхъ, на каждой, произвольно по точкѣ; ставятъ оныя точки въ перспективу, и соединяютъ перспективы ихъ съ точкою схода. Система соединяющихъ прямыхъ будетъ перспективою данной начальной системы.

При приложеніи сего способа къ построенію перспективы плоской кривой, пресѣкаютъ сію кривую двумя системами параллельныхъ линій такъ, чтобы точки пресѣченія сихъ системъ принадлежали предложенной кривой. Ставятъ въ перспективу, какъ показано, каждую систему. Замѣчаютъ точки пресѣченія двухъ системъ перспективъ, которыя и будутъ принадлежать кривой, составляющей перспективу предложенной кривой.

Естьли кривая находится въ горизонтальной плоскости проэкцій, или въ параллельной оной, то строеніе содѣлывается еще проще, и въ особенности тогда, когда примемъ въ разсужденіе, по опредѣленіи точекъ схода, точки пресѣченія системъ параллельныхъ линій съ картинною плоскостію, ибо оныя сами составляютъ свою перспективу.

136) Въ случаѣ, когда предложено поставить въ перспективу какую ни есть поверхность, пресѣкаютъ оную плоскостями, перпендикулярными къ картинной плоскости, и, когда картинная плоскость вертикальна, параллельными горизонтальной плоскости проэкцій. Строятъ съ начальною поверхностію кривыя пресѣченія сихъ вспомогательныхъ плоскостей, и перспективы оныхъ посредствомъ способа схода, какъ предъ симъ изложено (135). Когда сѣченія сіи будутъ близки, то посредствомъ ихъ перспективъ и перспектива данной поверхности легко опредѣлится.

137) *Примѣръ.* Построить перспективу девяти пирамидъ, равныхъ пирамидѣ [*верш.* (A, A'), *основ.* (BCDE)], стоящихъ на параллелепипедахъ, равныхъ параллелепипеду (*три ребра* FG, GH, G'H'), примкнутыхъ къ горизонтальной плоскости и расположенныхъ квадратомъ, при данной картинной плоскости (YX, XY') и точкѣ зрѣнія (V, V'). (*Черт.* XIX).

Принимаютъ въ разсужденіе системы начальныхъ, параллельныхъ между собою, и при томъ непараллельныхъ картинной плоскости, прямыхъ, замѣтивъ, что вершины начальныхъ пирамидъ составляютъ пресѣченія двухъ системъ между собою параллельныхъ линій: (*парал.* IK, I'K') и (*парал.* LM, I'K').

Строятъ точки схода системъ. Получатъ для системы линій, параллельныхъ (IK, I'K'), точку схода (P, K'), которая, по перенесеніи плоскости картинной въ положеніе (rx, xy') и по совмѣщеніи оной съ вертикальною плоскостію проэкцій, будетъ находиться въ точкѣ (Q). Для системы линій параллельныхъ (LM, I'K') получатъ точку схода (N, K'), которая, окончательно, будетъ находиться на перспективѣ въ точкѣ (O).

Строятъ точки пресѣченія съ картинною плоскостію (YX, XY') первой системы параллельныхъ линій. Сіи точки, составляющія сами свою перспективу, будутъ: (R, K'), (S, K') и т. д.; а въ совмѣщеніи перспективы представятся, соотвѣтственно, точками (T), (U), и т. д. Соединяютъ сіи послѣднія точки (T), (U), и т. д. съ соотвѣтствующею точкою схода (Q). Получатъ систему перспективъ (TQ), (UQ), и т. д. принадлежащую первой начальной системѣ параллельныхъ между собою линій.

Строятъ точки пресѣченія съ картинною плоскостію (YX, XY') второй системы параллельныхъ линій. Сіи точки, составляющія сами свою перспективу, будутъ (V, K'), (W, K'), и т. д., а въ совмѣщеніи перспективы получимъ соотвѣтствующія точки онымъ (X), (Y) и т. д. Соединяютъ сіи точки (X), (Y) и т. д., съ точкою схода (O) второй системы. Получатъ систему перспективъ (XO), (YO), и т. д. принадлежащую второй начальной системѣ параллельныхъ между собою линій.

Точки пресѣченія (a, b, c, d, e, f, g, h, i) сихъ двухъ системъ перспективъ будутъ перспективами вершинъ данныхъ начальныхъ пирамидъ.

Ребра параллелепипедовъ могутъ быть приняты за двѣ системы параллельныхъ линій, изъ которыхъ одна параллельна плоскости картинной, а другая перпендикулярна къ оной. Первая система будетъ представлена въ перспективѣ системою параллельныхъ между собою линій. Вертикальныя ребра параллелепипедовъ будутъ параллельны между собою и въ перспективѣ, и точки принадлежащія каждому изъ нихъ опредѣлятся въ перспективѣ пресѣченіемъ, по парно, линій принадлежащихъ описаннымъ предъ симъ двумъ системамъ.

Боковыя ребра пирамидъ, каждое, будетъ опредѣлено двумя точками, изъ которыхъ одна будетъ въ перспективѣ вершиною пирамиды, а другая будетъ находиться на основаніи оной.

Прибавленіе. Мы предположили, что данныя начальныя пирамиды освѣщены свѣтящеюся точкою (S, S'). Естественныя и падающія тѣни построятся посредствомъ способа изложеннаго въ теоріи тѣней; а перспективы ихъ могутъ быть опредѣлены по изъясненному предъ симъ способу схода.

Книга IV.

О ТЕОРІИ БЛЕСТЯЩИХЪ ТОЧЕКЪ ВЪ ПЕРСПЕКТИВѢ.

I. Опредѣленія и первоначальные вопросы.

(158) Мы сказали въ теоріи блестящихъ точекъ въ геометрическихъ возвышеніяхъ, что на освѣщенныхъ частяхъ тѣлъ замѣтны точки, которыя, будучи обильнѣе свѣтомъ прочихъ, кажутся свѣтлѣе, что выказываніе сихъ точекъ тѣмъ ощутительнѣе, чѣмъ поверхность, на которой онѣ находятся, болѣе выглажена (45); потомъ объяснили причину существованія сихъ точекъ (55), и изложили способы построенія оныхъ, пояснивъ сіи послѣдніе примѣрами. Замѣтимъ, что въ перспективѣ блестящія точки соотвѣтствуютъ отраженнымъ лучамъ, проходящимъ чрезъ точку зрѣнія. Опредѣленіе оныхъ, во всеобщности его заключая и опредѣленіе блестящихъ точекъ въ геометрическихъ возвышеніяхъ, можетъ быть выражено такъ: *блестящею точкою въ перспективѣ* называется та точка поверхности, изъ которой отраженный лучъ проходитъ чрезъ точку зрѣнія (*) (**).

---

*) Такъ какъ перпендикулярная проэкція какой ни есть поверхности на плоскости, или геометрическое возвышеніе оной, составляетъ перспективу сей поверхности, когда точка зрѣнія удалена на безконечное пространство, то при семъ предположеніи лучъ зрѣнія будетъ перпендикуляренъ къ плоскости геометрическаго возвышенія, и блестящая точка въ перспективѣ перемѣняется въ блестящую точку въ геометрическомъ возвышеніи.

**) Положимъ, что точка зрѣнія соединена прямою съ свѣтящеюся точкою, и что сіи точки приняты за фокусы эллипсиса, который, обращеніемъ около сей прямой, какъ оси вращенія, произве-

139) По сему опредѣленію блестящей точки въ перспективѣ, такъ какъ и здѣсь законъ сопряженія между лучемъ падающимъ, нормальною въ точкѣ паденія и лучемъ отраженнымъ остается постоянным, построеніе блестящей точки въ перспективѣ будетъ состоять въ разрѣшеніи вопроса о нахожденіи, на данной поверхности, точки, въ которой бы нормальная раздѣляла по поламъ уголъ, составленный лучемъ паденія, и тѣмъ изъ отраженныхъ лучей, который проходитъ чрезъ точку зрѣнія.

Объяснивъ предварительно рѣшенія нѣкоторыхъ вспомогательныхъ вопросовъ, мы изложимъ способы строить блестящія точки, въ перспективѣ, на плоскости, цилиндрѣ, конусѣ, и на поверхности вращенія, при освѣщеніи ихъ солнечнымъ свѣтомъ или свѣтящеюся точкою, и приложимъ сіи рѣшенія къ частнымъ заданіямъ.

По построеніи блестящей точки, въ двухъ ея проэкціяхъ, переносятъ оную на перспективу разсматриваемой поверхности, по способу, преподанному въ линейной перспективѣ, и тогда получатъ наиболѣе свѣтлую точку на перспективномъ изображеніи предложенной поверхности.

140) Положимъ, что предложены, въ той же плоскости (MN) (*Черт.* XX *фиг.* 1), освѣщенная прямая AB, солнечный лучъ SS′ и точка зрѣнія V, и что требуется построить блестящую точку на сей прямой.

Для сего строятъ прямую, которая показываетъ направленіе отраженныхъ лучей отъ всѣхъ точекъ данной прямой AB. Чтобъ построить сіе направленіе принимаютъ въ разсужденіе какую ни есть точку d на данной плоскости; изъ точки d опускаютъ перпендикуляръ db на предложенную прямую AB; продолжаютъ оный въ низъ сей прямой на разстояніе bc $(=db)$. Изъ той же точки d проводятъ прямую dm, параллельную солнечному лучу SS′, до пресѣченія оной, въ точкѣ m, съ прямою AB. Сію точку m соединя-

детъ *еллипсоидъ* вращенія. Всѣ точки сего еллипсоида будутъ блестящими, ибо нормальныя въ оныхъ, проходя чрезъ ось вращенія, раздѣлятъ по поламъ углы, составленные лучами, изъ чего и слѣдуетъ, что блестящая точка на какой ни есть поверхности будетъ точкою касанія къ оной еллипсоида вращенія, котораго фокусы будутъ находиться въ точкѣ зрѣнія и въ свѣтящейся точкѣ, ибо для сей точки касанія нормальная къ предложенной поверхности совпадетъ съ нормальною къ сему еллипсоиду, а по тому и удовлетворитъ условію блестящей точки.

Въ случаѣ солнечнаго свѣта еллипсоидъ вращенія перемѣняется въ *параболоидъ* вращенія, котораго ось будетъ параллельна солнечному лучу, и пройдетъ чрезъ точку зрѣнія, остающеюся фокусомъ вспомогательной поверхности.

ютъ съ точкою c; получатъ прямую cmn, которая покажетъ искомое направленіе всѣхъ отраженныхъ лучей; ибо, по равенству треугольниковъ dbm и bcm, у которыхъ углы при b прямые, сторона bm общая и $db = bc$ по отложенію, будетъ уг. $dmb =$ уг. $bmc =$ уг. nmo, а по тому и дополненія сихъ угловъ до прямаго угла будутъ равны, но ($90° -$ уг. dmb) составляетъ уголъ паденія, слѣдовательно ($90° -$ уг. nmo) будетъ угломъ отраженія.

Изъ точки зрѣнія V проводятъ прямую VO, параллельно построенной прямой mn, до пресѣченія оной въ точкѣ O съ предложенною прямою AB. Точка O будетъ искомою блестящею точкою, ибо VO есть лучъ отраженный изъ точки O, по параллелизму съ nm, и при томъ оный проходитъ чрезъ точку зрѣнія V.

141) Пусть, вмѣсто солнечнаго луча SS', предложена свѣтящаяся точка S. Тогда для построенія блестящей точки (*фиг.* 2) изъ точки зрѣнія V опускаютъ перпендикуляръ Vb на прямую AB, продолжаютъ оный въ низъ прямой AB на разстояніе ba ($= Vb$). Конецъ a сего разстоянія, прямою aOS, соединяютъ съ свѣтящеюся точкою S. Точка пресѣченія O сей прямой съ предложенною прямою AB будетъ искомою блестящею точкою.

Замѣтимъ, по проведеніи прямой VO, что треуг. $VbO =$ треуг. abO по равенству угловъ при b, которые суть прямые, и сторонъ Vb и ba по отложенію, и при томъ линія bo есть общая; слѣд. уг. $bOa =$ уг. $VOb =$ уг. SOc, а по тому и дополненія до 90° сихъ угловъ будутъ равны, то есть ($90° -$ уг. VOb) $=$ ($90° -$ уг. SOc), но второй изъ сихъ угловъ есть уголъ паденія, слѣдовательно первый ($90° -$ уг. VOb) будетъ угломъ отраженія; и такъ прямая OV будетъ лучемъ отраженнымъ, и при томъ проходитъ чрезъ точку зрѣнія V.

Изложенное строеніе для блестящей точки O въ перспективѣ можетъ быть приложено и къ свѣтящейся точкѣ, ибо прямоугольные при точкѣ c треугольники ScO и cdO также равны между собою.

142) *Приложеніе* XXI. Даны въ той же плоскости: точка зрѣнія, солнечный лучъ и освѣщенная прямая, построить блестящую точку на сей прямой.

Рѣшеніе 1. Совмѣщаютъ данную плоскость съ горизонтальною плоскостію проэкцій, и опредѣляютъ, при семъ совмѣщеніи, данныя: точку зрѣнія, солнечный лучъ и освѣщенную прямую.

Строятъ въ совмѣщеніи блестящую точку на совмѣщенной прямой (140). Сію блестящую точку поднимаютъ въ пространство. Поднятая точка бу-

деть искомою блестящею точкою, ибо взаимное положеніе данныхъ геометрическихъ величинъ сохранилось и при совмѣщеніи оныхъ.

Рѣшеніе 2. Для нахожденія блестящей точки употребляютъ въ пространствѣ то же строеніе, которымъ опредѣлена была сія точка въ § 140 на плоскости.

143) *Приложеніе* XXII. Даны въ той же плоскости: точка зрѣнія, свѣтящаяся точка и освѣщенная прямая, построить блестящую точку на сей прямой.

Рѣшеніе 1. Совмѣщаютъ данную плоскость съ горизонтальною плоскостію проэкцій, и опредѣляютъ при семъ совмѣщеніи данныя: точку зрѣнія, свѣтящуюся точку и освѣщенную прямую.

Строятъ въ совмѣщеніи блестящую точку на совмѣщенной прямой (141). Сію блестящую точку поднимаютъ въ пространство. Поднятая точка будетъ искомою блестящею точкою, ибо взаимное положеніе данныхъ геометрическихъ величинъ сохранилось и при совмѣщеніи оныхъ.

Рѣшеніе 2. Для опредѣленія блестящей точки употребляютъ въ пространствѣ то же строеніе, какое изложено въ § 141 на плоскости.

II. О блестящихъ точкахъ на данныхъ поверхностяхъ.

144) *Приложеніе* XXIII. Построить блестящую точку на плоскости, освѣщенной солнечнымъ свѣтомъ, при данной точкѣ зрѣнія.

Принимаютъ въ разсужденіе какую ни есть точку въ пространствѣ. Изъ сей точки опускаютъ перпендикуляръ на данную плоскость. Строятъ конецъ сего перпендикуляра.

Продолжаютъ въ низъ плоскости построенный перпендикуляръ, на разстояніе между взятою точкою въ пространствѣ и построеннымъ концемъ онаго. Получатъ конецъ сей длины.

Изъ взятой точки въ пространствѣ протягиваютъ прямую, параллельно солнечному лучу. Строятъ точку пресѣченія сей прямой съ данною плоскостію.

Сію точку пресѣченія соединяютъ съ концемъ длины, отложенной по перпендикуляру въ низъ данной плоскости. Соединяющая прямая будетъ направленіемъ лучей отраженныхъ отъ данной плоскости (140).

Параллельно сей послѣдней прямой проводятъ изъ точки зрѣнія прямую, которая и будетъ отраженнымъ лучемъ проходящимъ чрезъ точку зрѣнія.

Строятъ точку пресѣченія сей прямой съ данною плоскостію. Сія точка будетъ искомою блестящею точкою, ибо ея отраженный лучъ проходитъ чрезъ точку зрѣнія (*).

145) *Приложеніе* XXIV. Построить блестящую точку на плоскости, освѣщенной свѣтящеюся точкою, при данной точкѣ зрѣнія.

Изъ точки зрѣнія опускаютъ перпендикуляръ на данную плоскость. Строятъ конецъ сего перпендикуляра, и отъ сего конца отлагаютъ длину, равную длинѣ сего опущеннаго на плоскость перпендикуляра. Конецъ сей длины, въ низу плоскости находящійся, соединяютъ прямою съ данною свѣтящеюся точкою.

Строятъ точку пресѣченія сей прямой съ плоскостію, которая и будетъ искомою блестящею точкою, ибо, по соединеніи оной точки съ точкою зрѣнія, усмотримъ, что соединяющая прямая будетъ лучемъ отраженнымъ изъ сей точки, по равенству прямоугольныхъ треугольниковъ сего строенія, лежащихъ, по одному, съ верху и съ низу данной плоскости (141) (**).

Примѣчаніе. Строеніе употребленное нами относительно къ точкѣ зрѣнія, можетъ быть приложено и къ свѣтящейся точкѣ, согласно съ изложеннымъ въ § 141.

(*) Можно построеніе блестящей точки на данной плоскости обратить къ построенію блестящей точки на прямой находящейся въ сей плоскости. Чтобъ найти положеніе плоскости, которая пресѣченіемъ съ данною плоскостію, опредѣляетъ сію вспомогательную прямую, замѣчаютъ, что плоскость отраженія перпендикулярная къ данной плоскости, и въ которой находится блестящая точка, заключаетъ въ себѣ точку зрѣнія и параллельна солнечному лучу. И такъ изъ точки зрѣнія должно провести прямую, параллельно солнечному лучу; чрезъ сію прямую построить плоскость, перпендикулярную къ данной плоскости, и опредѣлить прямую пресѣченія сей плоскости съ данною плоскостію. Тогда сія прямая пресѣченія, точка зрѣнія и солнечный лучъ, будутъ находиться въ той же, то есть въ сей перпендикулярной плоскости; а по тому вопросъ о построеніи блестящей точки на сей прямой будетъ рѣшенъ посредствомъ Приложенія XXII (142), которое основано на § 140.

(**) Замѣтивъ, что плоскость изложеннаго строенія перпендикулярна къ данной плоскости, и содержитъ точку зрѣнія и свѣтящуюся точку, можно обратить построеніе блестящей точки на плоскости къ построенію блестящей точки на прямой. Для сего точку зрѣнія и свѣтящуюся точку соединяютъ прямою. Чрезъ сію прямую проводятъ плоскость перпендикулярную къ данной плоскости. Строятъ прямую пресѣченія сей перпендикулярной плоскости съ данною плоскостію. Сія прямая съ свѣтящеюся точкою и съ точкою зрѣнія, будетъ находиться въ той же, то есть въ сей перпендикулярной плоскости, а по тому вопросъ о построеніи блестящей точки на сей прямой разрѣшится по Приложенію XXII (143), которое основано на § 141.

146) *Приложеніе* XXV. Построить блестящую точку на цилиндрѣ, освѣщенномъ солнечнымъ свѣтомъ, или свѣтящеюся точкою, при данной точкѣ зрѣнія.

Блестящая точка на цилиндрѣ будетъ блестящею точкою и на плоскости, касательной въ сей точкѣ къ цилиндру (45), а по тому будетъ принадлежать кривой, составленной блестящими точками на плоскостяхъ, касательныхъ къ цилиндру, въ освѣщенной части онаго.

Для построенія сей кривой.

Принимаютъ въ разсужденіе произвольную точку на освѣщенной части основанія цилиндра и строятъ въ сей точкѣ касательную плоскость къ оному.

На сей плоскости строятъ блестящую точку (§§ 144. *Прилож.* XXIII. *въ случаѣ солнечнаго свѣта, или* 145. *Прилож.* XXIV, *въ случаѣ свѣтящейся точки*).

Повторяютъ сіе строеніе столько разъ, сколько желаютъ получить точекъ для вѣрнаго очертанія искомой кривой.

Находятъ общую точку сей кривой и данному цилиндру.

Для опредѣленія общей точки кривой, составленной блестящими точками и цилиндра.

Принимаютъ сію кривую за направляющую вспомогательнаго цилиндра, котораго производящія были бы параллельны производящимъ даннаго цилиндра.

Замѣчаютъ общую точку двумъ основаніямъ: основанію даннаго и основанію вспомогательнаго цилиндровъ (***). Чрезъ сію общую точку проводятъ производящую даннаго цилиндра, которая будетъ въ тоже время и производящею вспомогательнаго цилиндра, ибо 1) имѣетъ общую точку съ его основаніемъ, и 2) производящія двухъ цилиндровъ параллельны между собою.

Строятъ точку пресѣченія сей производящей съ кривою направляющею вспомогательнаго цилиндра, то есть съ кривою, составленною изъ блестящихъ точекъ на плоскостяхъ касательныхъ къ данному цилиндру.

Сія точка пресѣченія будетъ искомою блестящею точкою, ибо оная: 1) находясь на кривой, составленной блестящими точками на касательныхъ

(***) Общія точки двумъ основаніямъ, не могутъ быть иныя, какъ точки касанія, ибо производящія вспомогательнаго цилиндра находятся въ плоскостяхъ касательныхъ къ данному цилиндру; а по тому и точки ихъ пресѣченія съ горизонтальною плоскостію проэкцій, то есть точки основанія вспомогательнаго цилиндра, будутъ находиться на слѣдахъ касательныхъ плоскостей къ данному цилиндру; а наибольшее приближеніе сихъ слѣдовъ къ основанію даннаго цилиндра удовлетворяетъ токмо условію касанія.

плоскостяхъ будетъ блестящею точкою одной изъ касательныхъ плоскостей цилиндра, и 2) будучи общею точкою сей кривой и цилиндру, будетъ общею точкою помянутой плоскости и цилиндру, то есть точкою касанія оной къ цилиндру.

147) *Приложеніе* XXVI. Построить блестящую точку на конусѣ, освѣщенномъ солнечнымъ свѣтомъ, или свѣтящеюся точкою, при данной точкѣ зрѣнія.

Блестящая точка на конусѣ будетъ блестящею точкою и на плоскости, касательной въ сей точкѣ къ конусу (43), а по тому будетъ принадлежать кривой составленной блестящими точками на плоскостяхъ касательныхъ къ конусу, въ освѣщенной части онаго.

Для построенія сей кривой.

Принимаютъ въ разсужденіе произвольно точку на освѣщенной части основанія конуса, и строятъ въ сей точкѣ касательную плоскость къ оному.

На сей плоскости строятъ блестящую точку. (144. *Прилож.* XXIII *въ случаѣ солнечнаго свѣта, или* 145. *Прилож.* XXIV *въ случаѣ свѣтящейся точки*).

Повторяютъ сіе строеніе столько разъ, сколько желаютъ получить точекъ для вѣрнаго очертанія сей кривой.

Находятъ общую точку сей кривой и данному конусу.

Для опредѣленія общей точки кривой составленной блестящими точками и конусу.

Принимаютъ сію кривую за направляющую вспомогательнаго конуса, котораго вершина была бы общая съ даннымъ конусомъ. Строятъ основаніе сего конуса.

Замѣчаютъ общую точку двумъ основаніямъ: основанію даннаго и основанію вспомогательнаго конусовъ (*). Чрезъ сію общую точку проводятъ производящую даннаго конуса, которая будетъ въ то же время и производящею вспомогательнаго конуса, ибо 1) имѣетъ общую точку съ его основаніемъ, и 2) оба конуса имѣютъ ту же вершину.

(*) Общія точки двумъ основаніямъ не могутъ быть иныя, какъ точки касанія, ибо производящія вспомогательнаго конуса находятся въ плоскостяхъ касательныхъ къ данному конусу, а по тому и точки ихъ пресѣченія съ горизонтальною плоскостію проэкцій, то есть точки основанія вспомогательнаго конуса, будутъ находиться въ слѣдахъ касательныхъ плоскостей къ данному конусу, а наибольшее приближеніе сихъ слѣдовъ къ основанію даннаго конуса удовлетворяетъ токмо условію касанія.

Строятъ точку пресѣченія сей производящей съ кривою направляющею вспомогательнаго конуса, то есть съ кривою, составленною изъ блестящихъ точекъ на плоскостяхъ касательныхъ къ данному конусу.

Сія точка пресѣченія будетъ искомою блестящею точкою, ибо оная 1) находясь на кривой, составленной блестящими точками на касательныхъ плоскостяхъ, будетъ блестящею точкою одной изъ касательныхъ плоскостей конуса; и 2) будучи общею точкою сей кривой и конусу, будетъ общею точкою помянутой касательной плоскости и конусу, то есть точкою касанія оной къ конусу.

Примѣчаніе къ §§ 146 *и* 147. Мы получимъ столько блестящихъ точекъ на цилиндрѣ и конусѣ, во сколькихъ точкахъ встрѣтятся основанія данныхъ и вспомогательныхъ поверхностей. Сіе же должно замѣтить и относительно къ блестящимъ точкамъ въ геометрическихъ возвышеніяхъ на цилиндрѣ и конусѣ, которые освѣщены свѣтящеюся точкою (64 и 65).

148) *Приложеніе* XXVII. Построить блестящую точку на поверхности вращенія, освѣщенной солнечнымъ свѣтомъ, при данной точкѣ зрѣнія.

Плоскость отраженія искомой блестящей точки содержитъ лучъ падающій, при томъ заключаетъ лучъ отраженный, и слѣдовательно точку зрѣнія; а по тому прямая параллельно солнечному лучу проведенная изъ точки зрѣнія будетъ находиться въ сей плоскости.

Сія прямая съ нормальною искомой блестящей точки, находясь въ той же плоскости, то есть въ помянутой плоскости отраженія, встрѣтитъ сію нормальную; а по сему нормальная искомой блестящей точки будетъ принадлежать системѣ нормальныхъ, проведенныхъ къ поверхности вращенія изъ различныхъ точекъ вспомогательной прямой; и слѣдовательно самая блестящая точка будетъ на кривой, составленной концами всѣхъ таковыхъ нормальныхъ.

Для построенія сей кривой.

Изъ точки зрѣнія проводятъ вспомогательную прямую, параллельно солнечному лучу.

Принимаютъ въ разсужденіе точку на сей прямой; чрезъ сію точку строятъ нормальную къ поверхности вращенія. Опредѣляютъ конецъ сей нормальной, который и будетъ принадлежать вспомогательной кривой составленной концами нормальныхъ.

Повторяютъ сіе строеніе столько разъ, сколько нужно для вѣрнаго очертанія сей кривой.

Такъ какъ блестящая точка на нормальной въ концѣ оной, будетъ блестящею точкою и на поверхности (45), то искомая блестящая точка на поверхности вращенія будетъ принадлежать кривой, составленной блестящими точками на нормальныхъ, принадлежащихъ построенной нами кривой.

Для построенія сей второй вспомогательной кривой.

Принимаютъ въ разсужденіе одну изъ построенныхъ нормальныхъ. Сія нормальная, точка зрѣнія и солнечный лучь будутъ находиться въ той же плоскости.

Строятъ блестящую точку на сей нормальной (142. *Приложеніе* XXI).

Повторяютъ сіе строеніе столько разъ, сколько нужно получить точекъ для вѣрнаго очертанія сей второй вспомогательной кривой.

Строятъ точку встрѣчи двухъ построенныхъ кривыхъ: составленной концами нормальныхъ и составленной блестящими точками на оныхъ, находящихся на той же поверхности, составленной нормальными.

Сія точка встрѣчи будетъ, по изложенному, искомою блестящею точкою на данной поверхности вращенія.

149) *Приложеніе* XXVIII. Построить блестящую точку на поверхности вращенія, освѣщенной свѣтящеюся точкою, при данной точкѣ зрѣнія.

Плоскость отраженія искомой блестящей точки содержитъ лучь падающій, а по сему и свѣтящуюся точку; заключаетъ лучь отраженный, и слѣдовательно точку зрѣнія, а по тому прямая, соединяющая свѣтящуюся точку съ точкою зрѣнія будетъ находиться въ сей плоскости.

Сія прямая съ нормальною искомой блестящей точки, находясь въ той же плоскости, то есть въ помянутой плоскости отраженія, встрѣтитъ сію нормальную; а по сему нормальная искомой блестящей точки будетъ принадлежать системѣ нормальныхъ, проведенныхъ къ поверхности вращенія изъ различныхъ точекъ сей вспомогательной прямой, и слѣдовательно самая блестящая точка будетъ находиться на кривой, составленной концами всѣхъ таковыхъ нормальныхъ.

Для построенія сей кривой.

Свѣтящуюся точку и точку зрѣнія соединяютъ прямою.

Изъ произвольно взятой точки на сей прямой строятъ нормальную къ предложенной поверхности вращенія. Опредѣляютъ конецъ сей нормальной который и будетъ одною изъ точекъ, принадлежащихъ вспомогательной кривой, составленной концами нормальныхъ.

Повторяютъ сіе строеніе столько разъ, сколько нужно имѣть точекъ для вѣрнаго начертанія сей кривой.

Такъ какъ блестящая точка на нормальной въ концѣ оной будетъ блестящею точкою и на поверхности (45), то искомая блестящая точка на поверхности вращенія будетъ находиться на кривой, составленной блестящими точками на нормальныхъ, принадлежащихъ построенной нами кривой

Для построенія сей второй вспомогательной кривой.

Принимаютъ въ разсужденіе одну изъ построенныхъ нормальныхъ. Сія нормальная, свѣтящаяся точка и точка зрѣнія будутъ находиться въ той же плоскости.

Строятъ блестящую точку на сей нормальной (143. *Прилож.* XXII).

Повторяютъ сіе строеніе столько разъ, сколько нужно получить точекъ для вѣрнаго очертанія сей кривой, составленной блестящими точками.

Строятъ точку встрѣчи двухъ построенныхъ вспомогательныхъ кривыхъ, находящихся на той же поверхности, составленной нормальными. Сія точка встрѣчи будетъ, по изложенному, искомою блестящею точкою предложенной поверхности вращенія.

Примѣчаніе къ §§ 148 *и* 149. Мы получимъ столько блестящихъ точекъ на поверхости вращенія, освѣщенной солнечнымъ свѣтомъ (148, или свѣтящеюся точкою (149), во сколькихъ точкахъ встрѣтятся двѣ вспомогательныя кривыя, на поверхности, составленной освѣщенными нормальными. Сіе же самое, относительно къ числу блестящихъ точекъ, должно замѣтить и въ геометрическихъ возвышеніяхъ, при данной освѣщенной поверхности вращенія (58 и 66); и при томъ, что въ случаѣ солнечнаго луча, сіе будетъ зависѣть отъ числа нормальныхъ, параллельныхъ линіи направленія.

Примѣры.

150) *Примѣръ* 1. Даны въ той же плоскости (XX', $X'Y'$): точка зрѣнія (V, V'), свѣтящаяся точка (S, S') и освѣщенная прямая (XO, YO'), построить блестящую точку на сей прямой. (143 *Прилож.* XXII. *Рѣшеніе* 1) (*Черт.* XX. *Фиг.* 3).

Совмѣщаютъ данную плоскость (XX', $X'Y'$) съ горизонтальною плоскостію проэкцій. При семъ совмѣщеніи данная прямая (XO, YO') упадетъ на прямую Xo, точка зрѣнія (V, V') совмѣстится съ точкою v, а свѣтящаяся точка (S, S') будетъ находиться въ точкѣ s.

Строятъ въ совмѣщеніи блестящую точку n на данной прямой Xo, относительно къ свѣтящейся точкѣ s, и къ точкѣ зрѣнія v (141).

Сія блестящая точка n, поднятая въ пространство, будетъ находиться на данной прямой (XO, YO′) въ точкѣ (N, N′), которая и будетъ искомою блестящею точкою.

151) *Примѣръ* 2. Построить блестящую точку на плоскости (XX′, X′Y′), освѣщенной солнечнымъ свѣтомъ [*лучъ* (SP, S′P′)], при данной точкѣ зрѣнія (V, V′) (144 *Прилож.* XXIII). (*Черт.* XX *фиг.* 4).

Изъ произвольно взятой точки (A, A′) въ пространствѣ опускаютъ перпендикуляръ (AC, A′C′) на данную плоскость (XX′, X′Y′).

Строятъ конецъ (B, B′) сего перпендикуляра. Отлагаютъ въ низъ плоскости, по оному, длину (BC, B′C′) равную длинѣ (AB, A′B′). Получатъ точку (C, C′).

Изъ произвольно взятой предъ симъ точки (A, A′) проводятъ прямую (AD, A′D′) параллельно солнечному лучу (SP, S′P′). Строятъ точку (D, D′) пресѣченія сей прямой съ данною плоскостію.

Построенную точку (D, D′) соединяютъ съ точкою (C, C′) прямою (CD, C′D′), которая и покажетъ направленіе всѣхъ лучей, отраженныхъ отъ данной плоскости.

Изъ данной точки зрѣнія (V, V′) проводятъ прямую (VN, V′N′), параллельно построенной прямой (CD, C′D′). Строятъ точку (N, N′) пресѣченія сей прямой (VN, V′N′) съ данною плоскостію (XX′, X′Y′), которая точка и будетъ искомою блестящею точкою.

152) *Примѣръ* 3. Построить блестящую точку на плоскости (XX′, X′Y′), освѣщенной свѣтящеюся точкою (S, S′), при данной точкѣ зрѣнія (V, V′). (145. *Прилож.* XXIV) (*Черт.* XX. *фиг.* 5).

Изъ точки зрѣнія (V, V′) опускаютъ перпендикуляръ (VB, V′B′) на данную плоскость (XX′, X′Y′). Строятъ конецъ (A, A′) сего перпендикуляра, и отлагаютъ по оному, въ низу плоскости, длину (AB, A′B′) равную длинѣ (VA, V′A′). Получатъ точку (B, B′).

Сію точку (B, B′) соединяютъ съ свѣтящеюся точкою (S, S′) прямою (BS, B′S′).

Строятъ точку пресѣченія (N, N′) сей прямой съ данною плоскостію (XX′, X′Y′), которая точка и будетъ искомою блестящею точкою.

153) *Примѣръ 4.* Построить блестящую точку на данномъ конусѣ [*основ.* (BEC), *верш.* (A, A′)], освѣщенномъ солнечнымъ свѣтомъ [*лучъ* (SS′, ss′)] при данной точкѣ зрѣнія (V, V′) (147. *Прил.* XXVI) (*Черт.* XV).

Строятъ касательную плоскость (GH, HG′) къ данному конусу, въ точкѣ (G), произвольно взятой на освѣщенной части основанія конуса, видимой въ перспективѣ. На сей плоскости опредѣляютъ блестящую точку (I, I′), при данной точкѣ зрѣнія (V, V′) (151).

Повторяютъ сіе строеніе достаточное число разъ для вѣрнаго начертанія кривой (IKL, I′K′L′), составленной блестящими точками на различныхъ касательныхъ плоскостяхъ къ конусу.

Сію кривую (IKL, I′K′L′) принимаютъ за направляющую вспомогательнаго конуса, котораго вершина находилась бы въ точкѣ (A, A′)—вершинѣ даннаго конуса. Строятъ основаніе (MEO) сего вспомогательнаго конуса.

Изъ точки (E), общей основанію (BEC) даннаго конуса и построенному основанію (MEO) вспомогательнаго конуса, проводятъ общую симъ двумъ конусамъ производящую (EA, E′A′). Строятъ точку встрѣчи (K, K′) сей производящей съ направляющею (IKL, I′K′L′) вспомогательнаго конуса; сія точка встрѣчи (K, K′) будетъ искомою блестящею точкою.

Переносятъ оную на перспективу конуса, то есть ставятъ сію точку въ перспективу, при картинной плоскости (YX, XY′). Сія точка (K, K′), поставленная въ перспективу, будетъ находиться въ точкѣ (P), которая и представитъ самую свѣтлую точку перспективнаго изображенія предложеннаго конуса.

154) *Примѣръ 5.* Построить блестящую точку на данномъ цилиндрѣ [*основ.* (ABC), *произв.* (BD, B′D′)], освѣщенномъ свѣтящеюся точкою (S, S′), при данной точкѣ зрѣнія (V, V′) (146. *Прил.* XXV) (*Черт.* XVI).

Строятъ касательную плоскость (OP, PQ) къ данному цилиндру, въ точкѣ (O) произвольно взятой на освѣщенной части основанія цилиндра, видимой въ перспективѣ. На сей плоскости опредѣляютъ блестящую точку (R, R′) при данной точкѣ зрѣнія (V, V′) (152).

Повторяютъ сіе строеніе достаточное число разъ для вѣрнаго начертанія кривой (RZT, R′Z′T′) составленной блестящими точками на различныхъ касательныхъ плоскостяхъ къ цилиндру.

Сію кривую (RZT, R′Z′T′) принимаютъ за направляющую вспомогательнаго цилиндра, котораго производящія были бы параллельны производящимъ

даннаго цилиндра (*прямов.* BD, B'D'). Строятъ основаніе (UBV) сего вспомогательнаго цилиндра.

Изъ точки (B) встрѣчи основанія (ABC) даннаго цилиндра съ построеннымъ основаніемъ (UBV) вспомогательнаго цилиндра проводятъ общую симъ двумъ цилиндрамъ производящую (BD, B'D'). Строятъ точку встрѣчи (Z, Z') сей производящей съ направляющею (RZT, R'Z'T') вспомогательнаго цилиндра. Сія точка встрѣчи (Z, Z') будетъ искомою блестящею точкою.

Переносятъ оную на перспективу цилиндра, то есть ставятъ сію точку въ перспективу, при данной картинной плоскости (YX, XY'). Сія точка (Z, Z'), поставленная въ перспективу будетъ находиться въ точкѣ (z), которая и представитъ самую свѣтлую точку перспективнаго изображенія предложеннаго цилиндра.

155. *Примѣръ* 6. Построить блестящую точку на поверхности вращенія [*плос. прож.* (BE, DL'a'), *ось* (x, yy')], входящей въ составъ вазы, освѣщенной свѣтящеюся точкою (S, S'), при данной точкѣ зрѣнія (V, V'). (149. *Прил.* XXVIII) (*Черт.* XVIII).

Данныя: точку зрѣнія (V, V') и свѣтящуюся точку (S, S') соединяютъ прямою (VS, V'S').

Избираютъ произвольно точку (β, β') на сей прямой (VS, V'S'), и притомъ такъ, что бы нормальная, проведенная чрезъ сію точку къ поверхности, встрѣтила оную на освѣщенной и видимой части. Строятъ сію нормальную ($\beta\gamma$, $\beta'\gamma'$), и конецъ оной (γ, γ').

Повторяютъ сіе строеніе, и, получивъ достаточное число точекъ, начертываютъ составленную концами нормальныхъ кривую ($\delta E\gamma$, $\delta'\gamma'C'$), которая, находясь на предложенной поверхности, не можетъ выйти изъ ея очертанія.

Принимаютъ въ разсужденіе построенную нормальную ($\beta\gamma$, $\beta\gamma'$), и при точкѣ зрѣнія (V, V') и свѣтящейся точкѣ (S, S'), находящихся съ сею нормальною въ той же плоскости, строятъ блестящую точку (a^5, b^5) на сей нормальной (150).

Повторяютъ сіе строеніе достаточное число разъ для вѣрнаго начертанія кривой ($c^5a^5e^5$, $d^5b^5f^5$), составленной блестящими точками на всѣхъ разсматриваемыхъ нормальныхъ.

Опредѣляютъ точку встрѣчи (c^5, d^5) двухъ построенныхъ кривыхъ ($\delta E\gamma$, $\delta\gamma' C'$) и ($c^5 a^5 e^5$, $d^5 b^5 f^5$). Сія точка (c^5, d^5) будетъ искомою блестящею точкою.

Ставятъ сію точку (c^5, d^5) въ перспективу, при картинной плоскости (YX, XY'). Оная точка будетъ тогда находиться въ точкѣ (Z), и представитъ самую свѣтлую точку на перспективномъ изображеніи предложенной поверхности вращенія (*).

(*) Что бы показать строеніе блестящей точки, должно было, да бы точка сія существовала и находилась при томъ на видимой части вазы, укоротить разстояніе точки зрѣнія отъ плоскости картинной. Вотъ причина, по которой перспектива вазы принадлежитъ на предложенномъ чертежѣ къ искуственнымъ, а не къ естественнымъ перспективамъ.

ДОПОЛНЕНІЕ КЪ КНИГАМЪ ТРЕТЬЕЙ И ЧЕТВЕРТОЙ.

I. О перспективѣ на какой ни есть поверхности. О панорамахъ и театральныхъ декораціяхъ.

156) Прилагая общій способъ къ построенію перспективъ данныхъ начальныхъ предметовъ, мы принимали картинную плоскость вертикальною, и при томъ перпендикулярною къ оси проэкцій, что употребляется при обыкновенныхъ перспективахъ. Но замѣтимъ, что въ искусственныхъ перспективахъ картинная плоскость избирается по тѣмъ условіямъ, которымъ предполагаютъ удовлетворить для искусственнаго изображенія; и можетъ быть какою ни есть поверхностію. Разрѣшеніе вопроса о построеніи перспективы производится и въ семъ случаѣ помощію изложеннаго нами общаго способа.

157) Картинная поверхность можетъ быть: 1) плоская, наклонная къ горизонтальной линіи; 2) можетъ быть составлена изъ многихъ плоскихъ поверхностей; 3) иногда разверзающаяся; и 4) въ иныхъ случаяхъ не разверзающаяся.

Въ случаѣ, когда картинная поверхность будетъ плоская перспектива опредѣлится въ двухъ проэкціяхъ; и тогда, для опредѣленія перспективы въ настоящей величинѣ, должно совмѣстить картинную плоскость съ одною изъ плоскостей проэкцій.

Если картинная поверхность составлена изъ многихъ плоскихъ поверхностей, какъ въ театральной перспективѣ, тогда принимается въ разсужденіе отдѣльно каждая изъ составныхъ плоскихъ поверхностей.

Въ случаѣ разверзающейся картинной поверхности, какъ въ панорамахъ, для построенія перспективы въ настоящей величинѣ, развертываютъ сію поверхность на плоскости.

Когда картинная поверхность будетъ не разверзающаяся, какъ въ живописи вазъ, тогда перспектива не иначе можетъ быть построена, какъ на сей самой поверхности.

Принимаютъ въ разсужденіе какую ни есть точку на построенной, въ двухъ проэкціяхъ, перспективѣ. Строятъ производящую, на которой сія точка находится. Опредѣляютъ линію соотвѣтствующую сей производящей на самой картинной поверхности. Наносятъ на сію линію разсматриваемую точку, и такимъ образомъ получаютъ настоящее ея положеніе. Повторяютъ

сіе строеніе для столькихъ точекъ, сколько нужно, для вѣрнаго нанесенія перспективы на картинную поверхность.

158) *Панорамою* называется перспектива, построенная на внутренней стѣнѣ вертикальной цилиндрической башни, при частномъ положеніи точки зрѣнія, на оси сей башни.

Сія стѣна имѣетъ весьма большія измѣренія, а по тому перспектива каждаго предмета, которымъ избираютъ обыкновенно цѣлую страну или городъ, не имѣетъ ощутительной разности на панорамѣ, съ перспективою на плоскости, касательной къ сей башнѣ, въ точкѣ средины представляемаго предмета. Такимъ образомъ перспективное изображеніе состоитъ изъ ряда перспективъ, построенныхъ на плоскихъ вертикальныхъ граняхъ призмы, описанной около картинной поверхности.

Не смотря на сіе встрѣчаются иногда предметы большаго протяженія, и въ особенности когда оные очерчиваются длинными прямыми линіями, каковы дороги, каналы, улицы, тогда необходимо употребить для построенія перспективы способъ цилиндрическихъ картинныхъ поверхностей.

Въ практикѣ какъ можно тщательнѣе должно чертить сіи прямыя на панорамѣ, ибо, по всеобщему сочувствію о направленіи прямой линіи, малѣйшая погрѣшность въ начертаніи будетъ замѣтна.

159) Чтобъ начертить въ практикѣ перспективу прямой линіи на цилиндрической поверхности, которая будетъ пресѣченіемъ плоскости съ круговымъ цилиндромъ, а по тому дугою эллипсиса, строятъ достаточное число точекъ для перспективы прямой линіи. Для взаимнаго сопряженія сихъ точекъ употребляютъ способъ плотничнаго дѣла.

Къ двумъ построеннымъ точкамъ прикрѣпляютъ шнуръ, натертый мѣломъ. Приподнявъ оный къ глазу, спускаютъ въ воображаемой вертикальной плоскости, проходящей чрезъ построенныя двѣ точки и точку зрѣнія. Шнуръ быстро ударяетъ по картинной поверхности, и отмѣчаетъ мѣловую эллиптическую черту, составляющую искомую перспективу прямой линіи.

160) *Примѣръ.* Построить перспективу четыреугольной пирамиды [*основ.* BDCd, *верш.* (A, A')], поставленной на двухъ параллелепипедахъ (*ребра* EG, EF, E'F') и (*ребра* KL, KK'', KH'), на картинной цилиндрической вертикальной поверхности [(*основ. круг.* mkn, *центр.* V), *проек.* (a, ba')], при данной точкѣ зрѣнія (V, V') (*Черт.* XXI).

Для построенія перспективы употребляютъ общій способъ. Тогда перспектива опредѣлится въ двухъ проэкціяхъ, изъ которыхъ вертикальная проэкція будетъ видна; а горизонтальная, такъ какъ проэкція системы линій, находящихся на вертикальномъ цилиндрѣ, будетъ дуга (*mkn*) основанія сего цилиндра. Потомъ переносятъ перспективу, построенную въ двухъ проэкціяхъ, на разверзаніе даннаго картиннаго вертикальнаго цилиндра. Система перенесенныхъ точекъ перспективы, по соединеніи ихъ линіями, сообразно съ начальнымъ предметомъ, представитъ оную въ настоящей величинѣ. Приступимъ къ самому построенію.

A) *Построеніе перспективы данныхъ начальныхъ поверхностей.*

Принимаютъ въ разсужденіе одну (AD, A′D′) изъ линій, составляющихъ ребра начальныхъ поверхностей. Для построенія перспективы сей линіи берутъ на оной, произвольно, точки (A, A′), (D, D′), (O, O), и т. д.; чрезъ оныя проводятъ лучи зрѣнія (AV, A′V′), (DV, D′V′), (OV, O′V′), и т. д. Строятъ точки пресѣченія, соотвѣтственно (*a*, *a′*), (*c*, *c′*), (*o*, *o′*), и т. д. сихъ лучей зрѣнія съ картинною вертикальною цилиндрическою поверхностію [(*основ. круг.* (*mkn*) *цент.* V, *произв.* (*a*, *ba′*)]. Сіи точки пресѣченія будутъ перспективами взятыхъ точекъ на ребрѣ (AD, A′D′), и начерченная чрезъ оныя кривая (*aoc*, *a′o′c′*), которая въ настоящей величинѣ будетъ эллиптическою дугою, представитъ перспективу взятаго ребра (AD, A′D′).

Такимъ образомъ повторяютъ строеніе для всѣхъ ребръ, и получатъ, въ вертикальной и горизонтальной проэкціяхъ, изображеніе перспективы данныхъ начальныхъ поверхностей.

При семъ должно замѣтить, что всѣ вертикальныя ребра, какъ ребро (K, K′H′) будутъ въ перспективѣ означены прямыми линіями, ибо соотвѣтствующія имъ плоскости лучей зрѣнія будутъ вертикальны; а по тому и пресѣкутъ вертикальный цилиндръ въ его производящихъ.

B) *Построеніе перспективы въ настоящей величинѣ, посредствомъ разверзанія картиннаго цилиндра.*

Основаніе (*mkn*) картиннаго цилиндра развернется на плоскости въ прямой линіи, а производящія — въ перпендикулярахъ къ сей прямой.

Пусть прямая TT′ представляетъ развернутое основаніе, а прямая MN, перпендикулярная къ оной, производящую (*a*, *ba′*) въ разверзаніи. Отложивъ отъ точки N длину MN, равную *ba′*, разстояніе въ пространствѣ точки (*a*, *a′*), перспективы вершины (A, A′) начальной пирамиды, до основанія ци-

линдра, опредѣлимъ сею точкою M вершину пирамиды на разверзаніи картиннаго цилиндра.

По томъ принимаютъ въ разсужденіе какую ни есть точку (o, o') на перспективѣ, принадлежащую кривой $(aoc, a'o'c')$. Строятъ разстоянія сей точки: 1) до производящей (a, ba'), которое будетъ равняться дугѣ oa основанія цилиндра; 2) до основанія цилиндра, которое равняется co'. Спрямляютъ дугу oa; получатъ длину NR.

Двѣ длины NR и co' будутъ координатами точки, которая въ разверзаніи представитъ точку (o, o') перспективы. Отлагаютъ сіи координаты отъ центра N разверзанія: NR, по лѣвой сторонѣ MN сообразно съ ея положеніемъ на картинномъ цилиндрѣ, и Rs, равную co', по прямой параллельной MN. Такимъ образомъ построятъ точку s, которая будетъ соотвѣтствовать въ разверзаніи цилиндра точкѣ (o, o') перспективы.

Сіе строеніе повторяютъ столько разъ, сколько нужно получить точекъ для вѣрнаго очертанія эллиптической дуги MsL, представляющей въ разверзаніи соотвѣтственную кривой $(aoc, a'o'c')$ перспективу ребра $(AD, A'D')$ начальной пирамиды.

Тоже самое строеніе, приложенное къ прочимъ ребрамъ начальныхъ поверхностей, опредѣлитъ, въ разверзаніи картиннаго цилиндра, перспективное изображеніе XQM данныхъ начальныхъ поверхностей.

Примѣчаніе. Замѣтимъ, что для точекъ перспективы, какъ точка (k, t), для которыхъ лучи зрѣнія, какъ лучъ $(Vk, V't)$, соотвѣтствующіе на начальной поверхности точкамъ, какъ точка (K'', K''), при построеніи разверзанія, разстоянія, какъ xt, до основанія цилиндра, должно, по спрямленіи TT' основанія цилиндра, отлагать въ низъ сего спрямленія, какъ отложена длина uX $(=xt)$; ибо сіи точки, какъ точка (k, t), находятся въ низу горизонтальной плоскости проэкцій, то есть лежатъ на картинномъ цилиндрѣ, въ низъ отъ его основанія (mkn) (*).

Посредствомъ разрѣшеннаго нами вопроса можно опредѣлять искомыя величины во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, которые встрѣчаются при построеніи

(*) Въ семъ примѣрѣ предположено, что начальная поверхность освѣщена солнечнымъ свѣтомъ (лучъ $(SP, S'P')$). Кривыя естественной и падающей тѣней опредѣлятся, въ геометрическихъ возвышеніяхъ, сообразно съ способомъ изложеннымъ въ теоріи тѣней, а въ перспективѣ тѣни построятся по способу перспективы; въ разверзаніи же сообразно съ изложеннымъ нами въ семъ параграфѣ строеніемъ.

панорамъ; самое же зданіе располагается слѣдующимъ образомъ. Зданіе, освѣщенное съ верху, вмѣщаетъ зрителей на галереяхъ A и B (*Разрѣзъ Черт.* XXII. *фиг.* 1), изъ коихъ видна вся картина, при благопріятномъ освѣщеніи, когда облака не пропускаютъ чрезмѣрно яркихъ солнечныхъ лучей. Холстъ *mn*, *pq* отдѣляетъ искусственные предметы, чтобъ въ зрителѣ, сравненіемъ оныхъ съ естественными, не ослабить впечатлѣнія, которое должна произвести панорама (*).

161) *Театральная перспектива*, или *перспектива декорацій*, строится на многихъ плоскихъ поверхностяхъ, и вопросъ о построеніи оной разрѣшается посредствомъ преподанныхъ нами строеній, но данныя должны имѣть извѣстное положеніе сообразно съ устройствомъ зала.

Въ театральномъ залѣ зрители отдѣляются отъ актеровъ занавѣсомъ; а по тому, отъ аванъ—сцены, весь театръ долженъ представлять мѣсто, на которомъ происходитъ сцена. Но такъ какъ игра актеровъ требуетъ простора, то картинная поверхность составляется изъ поверхностей, расположенныхъ около сцены, и чтобъ между оными входъ и выходъ актеровъ были свободны; а по тому картинная поверхность по частямъ должна быть прервана.

Чтобъ удовлетворить условіямъ театральной перспективы употребляютъ:

1) *Рамы* A и A′, B и B′, C и C′, D и D′, которыя занимаютъ боковыя части залы и между которыми находятся проходы, называемые *кулисами;* 2) *падающіе занавѣсы* E, F, G, H; 3) наконецъ *основной холстъ* (KK′, II′) (*Черт.* XXII, *фиг.* 2).

(*) Сей выборъ картинной поверхности такъ выгоденъ, что и небрежное изображеніе предметовъ производитъ полное дѣйствіе на зрителя. Хотя употребленіе шаровой поверхности, казалось бы и выгоднѣе, ибо, избравъ для точки зрѣнія центръ шара, усмотримъ, что зритель будетъ находиться въ одинаковомъ разстояніи отъ всѣхъ точекъ картины; но представленіе всего горизонта относительно къ той же точкѣ, даетъ мѣсто въ перспективѣ горизонтальному шаровому поясу, которой будетъ имѣть необходимо малую высоту сравнительно съ его очертаніемъ; изъ чего видно, что условіе шаровой поверхности должно быть удовлетворено болѣе горизонтально, нежели вертикально; а по сему, что цилиндрическая поверхность, относительно къ впечатлѣнію на зрителя, имѣетъ одинаковыя выгоды съ шаровою.

При томъ перспектива на цилиндрѣ скорѣе опредѣляется, удобнѣе наносится; построеніе картинной поверхности не такъ дорого, и изображеніе легче можетъ быть освѣщено солнечнымъ свѣтомъ.

Для простѣйшаго геометрическаго построенія декорацій, и чтобъ кулисы представляли свободный проходъ, обыкновенно располагаютъ пары рамъ A и A′, B и B, C и C′, D и D′ параллельно основному холсту, и тогда сіи рамы принимаютъ названіе *прямыхъ рамъ*, для отличія отъ *косыхъ рамъ*, располагаемыхъ какъ uv и xy, не параллельно плоскости основнаго холста.

Рамы, занавѣсы и основной холстъ составляютъ поверхность, на которой изображается мѣсто сцены. Такъ какъ декорація обозрѣвается множествомъ зрителей, которыхъ большая часть удалены отъ точки зрѣнія, то и не возможно, что бы впечатлѣніе, производимое перспективою, было для всѣхъ одинаково; а по тому главнѣйшее условіе, которому должно удовлетворить при начертаніи театральной перспективы состоитъ въ наивозможномъ уничтоженіи причинъ, вообще уменьшающихъ сіе впечатлѣніе. Сіи причины наиболѣе могутъ быть уничтожены: 1) покатостію пола сцены; 2) особеннымъ положеніемъ точки зрѣнія; 3) сближеніемъ между собою рамъ и занавѣсовъ, слѣдуя извѣстному закону, по мѣрѣ удаленія ихъ отъ аванъ—сцены.

Полъ, на которомъ находятся актеры, долженъ представлять довольно большое пространство, а по тому, естьли бы оный былъ горизонталенъ, сіе пространство было бы менѣе, такъ какъ измѣреніе театральнаго зданія имѣетъ свои предѣлы. Часто должно представлять длинной залъ или галерею, и употребляемый для сего способъ состоитъ въ приданіи полу покатости. Правда, что для изображенія улицы или длинной галереи, должно мостовую улицы, или нѣкоторыя части галереи, представлять и на полу, и на основномъ холстѣ; но сіе не затруднительно по тому, что полъ имѣетъ покатость OL, слѣдовательно плоскости OL, NO, служащія картинною поверхностію, менѣе будутъ различествовать между собою, естьли уголъ ихъ будетъ менѣе прямаго угла, который онѣ составляютъ при горизонтальномъ положеніи пола. Покатость пола, измѣряемую угломъ, составляемымъ прямою OL съ горизонтомъ, стараются дѣлать какъ можно болѣе, лишь бы оная не препятствовала свободному движенію актеровъ. Сей уголъ простирается до 3 град., и OL составляетъ покатость около $\frac{1}{12}$ части.

162) По опредѣленіи наклоненія прямой OL и глубины ML зала, для которой должно сообразоваться съ театральными условіями, принимая въ разсужденіе назначается ли сей залъ для комедіи, мелодрамы, или оперы, будетъ опредѣлена и плоскость OM точки зрѣнія. Самая точка зрѣнія должна находиться въ плоскости V′C‴, а по тому и будетъ принадлежать извѣстной

прямой ($V'C'''$, $V''M$), весьма мало наклонной, и которая возвышается отъ точки (m, M) къ точкѣ (V', V''). При назначеніи точки зрѣнія на сей прямой, должно имѣть въ виду, что бы оная не находилась внѣ спектакля и чтобъ ея положеніе было самое выгодное для ложъ QVR; а по тому принимаютъ сію точку за находящуюся въ глубинѣ партера, и, приблизительно, такъ, чтобъ высота PO равнялась одному метру (3 *фут.* 3¼ *дюй.*). Чрезъ точку зрѣнія проводятъ главный лучъ зрѣнія ($V'C'''$, $V''C''$), который и пресѣчетъ картинныя плоскости $A'A'$, BB', CC', DD', KK' въ главныхъ ихъ точкахъ, а продолженный полъ LO въ точкѣ (C''', C''), которая называется *точкою сжатія*, ибо отъ сей точки зависитъ угловое сжатіе филенгъ.

Положимъ, что должно представить четыреугольный залъ, котораго сторона равна LM, и пусть рамы B и B', C и C', D и D', и занавѣсы F, G, H должны быть замѣнены филенгами, которыхъ приблизительныя направленія будутъ $a'i'$, $A'K'$, и $K'i'$.

Филенги, представляющія боковыя грани зала, должны находиться въ вертикальныхъ плоскостяхъ, проведенныхъ чрезъ точку сжатія (C''', C''). Перспективы ребръ, по длинѣ, четыреугольника LM, на полу LT должны сойтись въ точку сжатія (C''', C''). То же самое должно разумѣть и о верхнихъ ребрахъ; а по тому филенга, представляющая потолокъ зала, должна имѣть положеніе въ плоскости aC'.

Изъ сего слѣдуетъ, что четыре грани, по длинѣ, зала, котораго сторона есть LM, должны быть представлены плоскостями, совмѣщающимися съ четырмя гранями пирамиды, которой вершина находится въ точкѣ сжатія (C'', C'), а основаніемъ коей будетъ внѣшняя оконечность $A'a'$ сего зала. Когда настоящее протяженіе граней, по длинѣ, равняется LM, филенга должна простираться токмо до плоскости ON; естьли же вмѣсто зала изображается безконечно удаляющаяся галерея, тогда филенга должна окончиться въ точкѣ (C''', C''). Движеніе на сценѣ можетъ быть производимо весьма удобно посредствомъ дверей, выработанныхъ въ филенгахъ $a'i'$, $A'K'$, и въ основномъ холстѣ $i'K'$.

По причинѣ затрудненія употреблять филенгу ai замѣняютъ оную занавѣсами E, F, G, H, и для того, чтобъ скрыть край ai филенгъ $a'i'$, $A'K'$, опускаютъ сіи занавѣсы въ низъ плоскости ai, каковое положеніе прикрывается изображеніемъ поперечинъ, между которыми до потолка возвышаются боковыя стѣны.

163) Перейдемъ къ устройству рамъ. Положимъ, что произведена проэкція на плоскости IR, и что отверстіе, отдѣляющее зрителей отъ сцены будетъ прямоугольникомъ *mnop*, (*фиг.* 3). Пусть точка P представляетъ прямую ($C'''V'$, $C''V''$) (*фиг.* 2) соединяющую точку зрѣнія съ точкою сжатія; тогда прямыя Pm, Pn, Po, Pp (*фиг.* 3) представятъ ребра пирамиды, которая имѣетъ вершиною точку (C''', C'') (*фиг.* 2), и прямоугольники, показанные на фигурѣ 3, опредѣлятъ взаимное удаленіе AB, BC, CD, DK, ребръ рамъ и занавѣсовъ.

Самая перспектива на картинную плоскую поверхность можетъ быть нанесена способомъ четыреугольниковъ. Сей способъ состоитъ въ томъ чтобы пресѣкать данное изображеніе, которое должно перенести на другую картинную плоскую поверхность, двумя системами линій, изъ которыхъ однѣ вертикальны, а другія—горизонтальны, и которыя, посредствомъ ихъ взаимнаго пресѣченія, составятъ сѣть, на коей будетъ находиться данное изображеніе.

Строятъ перспективу сихъ двухъ вспомогательныхъ системъ. Получатъ перспективу цѣлаго начальнаго четыреугольника, раздѣленнаго на частные четыреугольники, которые представятъ перспективы составныхъ начальныхъ четыреугольниковъ. Потомъ изображаютъ на сей послѣдней сѣти различныя очертанія начальнаго предмета, въ перспективныхъ четыреугольникахъ, соотвѣтствующихъ начальнымъ четыреугольникамъ, въ которыхъ находятся сіи очертанія. Система очертаній представитъ перспективу даннаго начальнаго изображенія. Сія перспектива будетъ тѣмъ точнѣе, чѣмъ опредѣленныя для оной точки будутъ ближе, то есть чѣмъ менѣе будутъ четыреугольники вспомогательной сѣти.

Живописцы часто употребляютъ изложенный способъ четыреугольниковъ, что бы представлять картины по иному маасштабу, и увеличивать ихъ эскизы, при предположеніи, что картинная плоскость параллельна плоскости данной перспективы.

Въ случаѣ кривой картинной поверхности, криволинейныя стороны перспективныхъ четыреугольниковъ опредѣлятся пресѣченіемъ, съ картинною поверхностію, ряда плоскостей, проведенныхъ чрезъ стороны начальныхъ четыреугольниковъ и чрезъ точку зрѣнія (*).

(*) О Театральной перспективѣ можно читать подробнѣе въ сочиненіи Г. Лавита: *Traité de perspective*, Томъ 2. Отдѣл. IV (*quatrième partie*), гдѣ теорія сей перспективы раздѣлена слѣдующимъ образомъ: 1) Méthodes pour tracer les décorations de Théatres; 2) Moyen de préparer les chassis droits, qui doivent récevoir la décoration; 3) Des chassis obliques.

II. *О блестящихъ изображеніяхъ.*

164) Многія сопряженныя блестящія точки, находящіяся на поверхности, подверженной дѣйствію свѣтящагося тѣла, составляютъ *блестящее изображеніе* (85). Разсмотримъ во первыхъ способы, служащіе къ опредѣленію блестящихъ изображеній на данныхъ линіяхъ, и предположимъ два случая, прямой и кривой линій.

А) *Въ случаѣ прямой линіи.*

Предполагаютъ, что точка зрѣнія и свѣтящаяся поверхность, вращаются около данной прямой.

Свѣтящаяся поверхность опишетъ поверхность въ родѣ кольцевой поверхности, а точка зрѣнія произведетъ, при семъ движеніи, круговую линію.

Строятъ прямой конусъ, котораго вершина находится между описаннымъ кругомъ и кольцевою поверхностію, и который имѣетъ направляющею сей кругъ, и касается къ кольцевой поверхности.

Строятъ другой прямой конусъ, подобный предъидущему.

Вершины сихъ двухъ конусовъ, которыя должны находиться на данной прямой, будутъ предѣлами той части оной, которая составитъ ея блестящее изображеніе.

В) *Въ случаѣ кривой линіи.*

Чрезъ произвольно взятую точку на предложенной кривой строятъ касательную къ оной, и опредѣляютъ на сей касательной точки, составляющія предѣлы ея блестящаго изображенія (А).

Повторяютъ сіе строеніе столько разъ, сколько нужно для вѣрнаго очертанія двухъ вспомогательныхъ кривыхъ, проведенныхъ чрезъ сіи двѣ системы предѣльныхъ блестящихъ точекъ на касательныхъ.

Опредѣляютъ точки касанія сихъ кривыхъ къ предложенной кривой. Строятъ часть кривой, между оными точками находящуюся, которая и будетъ составлять блестящее изображеніе оной.

165) *Приложеніе* XXIX. Построить блестящее изображеніе на данной непрозрачной поверхности, освѣщенной свѣтящимся тѣломъ

Пресѣкаютъ свѣтящееся тѣло рядомъ плоскостей, и опредѣляютъ кривыя пресѣченія.

Сіе сочиненіе Г. Лавита (Lavit) вообще весьма наставительно, полно, и въ особенности можетъ быть полезно художникамъ, не ознакомленнымъ съ Начертательною Геометріею.

Принимаютъ въ разсужденіе одну изъ сихъ кривыхъ, и на оной произвольную точку. Строятъ блестящую точку на данной непрозрачной поверхности, при освѣщеніи сею свѣтящеюся точкою.

Повторяютъ сіе строеніе столько разъ, сколько нужно для вѣрнаго очертанія кривой, составленной изъ блестящихъ точекъ на данной поверхности, произшедшихъ отъ свѣтящейся кривой перваго сѣченія.

Принимаютъ въ разсужденіе другое сѣченіе свѣтящагося тѣла, и опредѣляютъ, какъ и предъ симъ кривую, составленную блестящими точками на данной поверхности, произшедшую отъ сего втораго сѣченія.

Повторяютъ сіе строеніе столько разъ сколько нужно для точнаго начертанія системы кривыхъ, составленныхъ изъ блестящихъ точекъ, для всѣхъ сѣченій свѣтящагося тѣла. Сія система опредѣлитъ искомое блестящее изображеніе.

Примѣчаніе. Когда предложенная непрозрачная поверхность заключаетъ многія блестящія изображенія, тогда, для опредѣленія каждаго изъ оныхъ, должно употребить описанное строеніе.

166) *Примѣръ.* Построить блестящее изображеніе на данномъ шарѣ [*цент.* (O) *рад.* (OO')], имѣющемъ совершенно гладкую поверхность, находящемся въ покоѣ, который освѣщенъ вертикальнымъ, замѣняющимъ свѣтящуюся поверхность окномъ (EF, ABCD), при данной точкѣ зрѣнія (V, V') (*Черт.* XXIII).

Для простоты строенія положимъ, что чрезъ центръ даннаго шара проведены двѣ взаимно перпендикулярныя плоскости, изъ которыхъ одна перпендикулярна къ вертикальнымъ ребрамъ окончины, а другая параллельна оной, и что сіи плоскости приняты, первая за горизонтальную, а другая за вертикальную плоскости проэкцій. Положимъ что окно состоитъ изъ шести стеклъ, изъ которыхъ каждое и должно быть принято за свѣтящуюся поверхность.

Принимаютъ въ разсужденіе одну (F, D) изъ точекъ свѣтящейся поверхности, и, предположивъ существованіе токмо сей свѣтящейся точки, строятъ блестящую точку на предложенномъ шарѣ (*цент.* O, *рад.* OO').

Для построенія блестящей точки соединяютъ точки (V, V') и (F, D) прямою (FV, DV'). (149 *Прил.* XXIII, и 155). Сія прямая будетъ находиться въ плоскости искомой блестящей точки; но нормальная, такъ какъ предложенная поверхность есть шаръ, должна пройти чрезъ центръ (O) онаго; а по

*

тому плоскость искомой блестящей точки будетъ проходить чрезъ центръ. Чрезъ прямую (FV, DV′) и центръ (O) шара проводятъ плоскость (*гор. слѣдъ* OG) искомой блестящей точки. Большой кругъ пресѣченія сей плоскости съ шаромъ, свѣтящуюся точку (F, D) и точку зрѣнія (V, V′) совмѣщаютъ съ горизонтальною плоскостію проекцій. Кругъ въ совмѣщеніи будетъ HKO′ (*цент.* O); точка зрѣнія въ точкѣ V″, а свѣтящаяся точка въ F′. Строятъ блестящую точку на кругѣ HKO′, посредствомъ вспомогательной кривой xyz, составленной блестящими точками на касательныхъ (*). Сія блестящая точка будетъ y. Поднимаютъ сію точку (y) на шаръ; получатъ точку (S, S′), которая и будетъ одною изъ точекъ искомаго блестящаго изображенія.

Повторяютъ сіе строеніе для стольких точекъ вертикальнаго ребра (F, BD) окончины, сколько нужно имѣть точекъ для вѣрнаго очертанія кривой (STU, S′T′U′), составляющей блестящую кривую на шарѣ, произшедшую отъ ребра (F, BD) принятаго за свѣтящуюся линію.

Сіе же строеніе повторяется, предположивъ свѣтящимся ребро (E, AC), для котораго и получатъ на шарѣ (*цент.* O, *рад.* OO′) блестящую кривую (*stu*, *s′t′u′*); и продолжаютъ сіе строеніе для всѣхъ вертикальныхъ и горизонтальныхъ ребръ окна, замѣняющаго свѣтящееся тѣло.

Система построенныхъ кривыхъ, которыя пресѣкутся взаимно и притомъ соотвѣтственно расположенію данной свѣтящейся поверхности, представитъ на шарѣ искомое блестящее изображеніе (STU*stu*, S′T′U′*s′t′u′*).

Примѣчаніе. Замѣтимъ, что прямыя, принятыя свѣтящимися, составляютъ двѣ системы линій, изъ которыхъ одна горизонтальна, а другая — вертикальна; кривыя блестящихъ точекъ, соотвѣтствующія горизонтальнымъ свѣтящимся прямымъ, сойдутся на шарѣ въ двухъ общихъ имъ точкахъ, и кривыя, соотвѣтствующія вертикальнымъ свѣтящимся прямымъ, также пройдутъ чрезъ двѣ общія имъ точки. Сіи общія точки называются

(*) Точно также какъ показано въ § 92. Разность будетъ состоять въ построеніи блестящихъ точекъ на касательныхъ, которыя должны быть здѣсь опредѣляемы относительно къ точкѣ зрѣнія (V″), каковое опредѣленіе изложено въ § 143. *Прим.* XXII.

Естьли бы приложить къ шару рѣшеніе для построенія блестящей точки на поверхности вращенія (149. *Прим.* XXVIII), тогда увидѣли бы, что поверхность, составленная нормальными, проведенными чрезъ точки вспомогательной прямой, соединяющей свѣтящуюся точку съ точкою зрѣнія, обращается въ плоскость (*гор. сл.* OG), а кривая, составленная концами нормальныхъ — въ большой кругъ пресѣченія сей плоскости съ шаромъ.

узлами, и должны существовать по тому, что, по предположеніи существованія блестящей точки, происходящей отъ одной изъ оконечностей свѣтящихся прямыхъ, усмотримъ, что сія точка будетъ удалена на безконечное разстояніе, а по тому и свѣтящійся лучъ, соотвѣтствующій оной, будетъ тотъ же, какъ и для конечныхъ точекъ, принадлежащихъ прямымъ, параллельнымъ разсматриваемой свѣтящейся прямой; а по тому блестящія линіи, соотвѣтствующія симъ свѣтящимся прямымъ будутъ имѣть и общую блестящую точку.

Чтобъ опредѣлить *узелъ*, соотвѣтствующій свѣтящимся горизонтальнымъ ребрамъ окна, замѣтимъ, что свѣтящійся лучъ, проходящій чрезъ сей узелъ, долженъ быть параллеленъ симъ ребрамъ, то есть прямой (LF, AB). Построимъ блестящую точку на шарѣ при семъ свѣтящемся лучѣ (148). Опредѣлимъ для сего плоскость (*слѣды—ось проэк.*) отраженія искомой блестящей точки, долженствующую пройти чрезъ центръ (O) шара и чрезъ прямую (V/, V'/), которая протянута изъ точки зрѣнія (V, V') параллельно свѣтящемуся лучу (EF, AB). Совмѣстимъ, съ горизонтальною плоскостію проэкцій, большой кругъ пресѣченія сей плоскости, точку зрѣнія и свѣтящійся лучъ, и построимъ блестящую точку на семъ кругѣ, посредствомъ вспомогательной блестящей кривой. По поднятіи сей блестящей точки въ пространство будемъ имѣть точку (m, m'), которая и будетъ узломъ блестящихъ кривыхъ, соотвѣтствующихъ горизонтальнымъ свѣтящимся прямымъ. Сіе рѣшеніе опредѣлитъ два узла.

Такимъ же образомъ построятся узлы блестящихъ кривыхъ на шарѣ, соотвѣтствующихъ вертикальнымъ свѣтящимся прямымъ. Свѣтящіеся лучи для сихъ узловъ будутъ параллельны симъ вертикальнымъ прямымъ.

Построенные узлы способствуютъ къ болѣе точному начертанію разсматриваемыхъ блестящихъ кривыхъ.

III. О свѣтящихся призракахъ; объ изображеніяхъ отраженныхъ и преломленныхъ.

167) Свѣтящіеся призраки происходятъ отъ соединенія лучей, которые встрѣчаются посредствомъ отраженія или преломленія (87).

Положимъ, что предложена отражающая или преломляющая поверхность и свѣтящаяся точка. Для построенія призрака, соотвѣтствующаго сей точкѣ, на данной преломляющей или отражающей поверхности, опредѣляютъ

одну изъ производящихъ. Строятъ косую поверхность, составленную отраженными или преломленными лучами, принадлежащими точкамъ принятой въ разсужденіе производящей. Сія построенная косая поверхность будетъ обертываться поверхностію искомаго призрака.

Повторяютъ сіе строеніе столько разъ, сколько нужно, дабы съ точностію опредѣлить пространство, ограниченное вспомогательными косыми поверхностями вопроса, и около котораго долженъ быть описанъ свѣтящійся призракъ (*).

Опредѣленныя вспомогательныя косыя поверхности пресѣкаютъ плоскостями. Ко всѣмъ кривымъ пресѣченія, въ каждой сѣкущей плоскости, проводятъ касательную линію, которая и будетъ находиться на искомомъ свѣтящемся призракѣ. Повторяютъ сіе строеніе столько разъ, сколько нужно получить кривыхъ, которыхъ система опредѣлитъ поверхность искомаго свѣтящагося призрака (**).

(*) Каждая изъ вспомогательныхъ косыхъ поверхностей пресѣчется съ прилежащею къ оной въ извѣстной линіи, сія линія будетъ *характеристикою* обертывающей поверхности, которая обертываемою поверхностью (enveloppée) будетъ имѣть одну изъ сихъ косыхъ поверхностей, при переходѣ сей послѣдней отъ одной производящей къ другой. Но обертываемая поверхность всегда касается къ обертывающей поверхности въ точкахъ характеристики, а по тому всѣ елементы обертываемой поверхности, въ семъ случаѣ отраженные или преломленные лучи, будутъ касательны къ сей обертывающей поверхности, слѣдовательно сія послѣдняя поверхность ограничитъ пространство, составляющее мѣсто встрѣчи отраженныхъ или преломленныхъ лучей.

(**) Сія поверхность, которая будетъ ограничивать мѣсто встрѣчи отраженныхъ или преломленныхъ лучей, называется *зажигательною поверхностію отъ отраженія*, или *преломленія*, или просто *зажигательною поверхностію* (*surface caustique*). Сія зажигательная поверхность состоитъ изъ двухъ полъ, для постиженія которыхъ должно вообразить одну изъ производящихъ, и предположить, что чрезъ всѣ точки оной проведены нормальныя къ данной поверхности. Сіи нормальныя составятъ также косую поверхность, которая будетъ обертываться поверхностію, служащею оберткою нормальныхъ, а сія послѣдняя состоитъ изъ двухъ различныхъ между собою полъ, изъ которыхъ одна будетъ мѣстомъ центровъ первой кривизны, а другая мѣстомъ центровъ второй кривизны (*Основ. Начерт. Геометріи, изд. мною* 1821 *года. О кривизнѣ и о развер: кривыхъ двоякой кривизны, стран.* 267); а по сему характеристика, произведенная движеніемъ косой обертки, составлена изъ двухъ отдѣльныхъ линій, изъ которыхъ каждая производитъ особенную полу обертки (enveloppe); слѣдовательно зажигательная поверхность, отъ отраженія или преломленія, соотвѣтствующая данной поверхности, состоитъ изъ двухъ полъ. Сіи поверхности принадлежатъ къ роду поверхностей центровъ кривизны.

Естьли вмѣсто свѣтящейся точки предложено свѣтящееся тѣло, то для каждой точки онаго будемъ имѣть систему кривыхъ, предъ симъ опредѣленную. Тогда поверхность искомаго призрака должна будетъ обертывать всѣ поверхности, составляющія мѣсто таковыхъ системъ кривыхъ, и свѣтящійся призракъ опредѣлится посредствомъ сихъ поверхностей точно такъ же, какъ каждая изъ сихъ поверхностей была опредѣлена помощію вспомогательныхъ косыхъ поверхностей въ случаѣ свѣтящейся точки.

Такъ какъ существованіе призраковъ выказывается обыкновенно посредствомъ пресѣкающей оные поверхности, которой сѣченіе представляетъ живой блескъ, то и должно опредѣлить сіе сѣченіе. Когда, по изложенному нами способу, построится поверхность призрака, тогда строятъ пресѣченіе оной съ данною поверхностію, которое и будетъ проэкціею призрака на данной поверхности.

168) Для опредѣленія блестящей точки въ случаѣ свѣтящейся точки, на поверхности отражающей, строятъ изъ точки зрѣнія, какъ изъ вершины: 1) конусъ обертывающій одну полу зажигательной поверхности, которая обертываетъ косыя вспомогательныя поверхности, нами предъ симъ упомянутыя; 2) конусъ обертывающій другую полу сей же поверхности.

Строятъ лучъ пресѣченія сихъ двухъ конусовъ, и точку встрѣчи сего луча съ данною отражающею поверхностію, которая точка и будетъ блестящею точкою на сей поверхности (*).

Въ случаѣ свѣтящагося тѣла, для опредѣленія блестящаго изображенія, поступаютъ такъ, какъ было показано при построеніи блестящихъ изображеній (165. *Прилож.* XXIX), происходящихъ отъ падающаго свѣта.

169) Перейдемъ къ опредѣленію отраженныхъ и преломленныхъ изображеній, и для сего предположимъ, во первыхъ, что даны точка зрѣнія, отражающая или преломляющая поверхность, отбрасывающая расходящіеся лучи зрѣнія, и отдѣльная лучистая точка, и что должно построить изображеніе сей точки.

Такъ какъ къ зажигательнымъ поверхностямъ касаются всѣ отраженные или преломленные лучи, то на оныхъ наиболѣе свѣтъ и усредоточивается. Съ удаленіемъ отъ нихъ свѣтъ уменьшается. Пресѣченіе двухъ полъ сей поверхности представляетъ наибольшую степень свѣта. Иногда сіе пресѣченіе обращается въ точку, которая принимаетъ названіе *фокуса свѣта.*

(*) Сіе строеніе можетъ быть употреблено и въ томъ случаѣ, когда точка зрѣнія и свѣтящаяся точка находятся въ безконечномъ удаленіи, равно какъ и въ томъ случаѣ, когда одна изъ сихъ точекъ, или и обѣ находятся въ конечномъ разстояніи.

Для сего строятъ обѣ полы зажигательной поверхности, соотвѣтствующія сей точкѣ (167). Изъ точки зрѣнія, какъ изъ вершины, проводятъ два конуса, касательные къ симъ поламъ, и опредѣляютъ прямую ихъ пресѣченія, которая и будетъ лучемъ отраженнымъ, или преломленнымъ, проходящимъ чрезъ точку зрѣнія.

Строятъ двѣ точки, въ которыхъ сей лучъ касается къ двумъ поламъ зажигательной поверхности; сіи двѣ точки, которыя будутъ казаться совпадшими въ одну точку, когда точка зрѣнія достаточно удалена, составятъ изображеніе предложенной точки (*).

170) *Приложеніе* XXX. Даны точка зрѣнія и отражающая или преломляющая поверхность, построить отраженное или преломленное изображеніе данной лучистой поверхности (**).

Пресѣкаютъ данную поверхность плоскостями, и строятъ сѣченія оныхъ съ сею поверхностію.

Принимаютъ въ разсужденіе одно изъ сихъ сѣченій и опредѣляютъ изображенія различныхъ точекъ сего сѣченія, какъ мы предъ симъ показали (169). Чрезъ сіи точки изображенія проводятъ линію, которая и будетъ находиться на искомомъ изображеніи предложенной поверхности.

Повторяютъ сіе строеніе для столькихъ сѣченій данной поверхности, сколько нужно получить линій, принадлежащихъ искомому изображенію.

Система линій, начерченныхъ отдѣльно, по изложенному нами способу, и принадлежащихъ искомому изображенію, опредѣлитъ искомое отраженное или преломленное изображеніе.

Чтобъ построить перспективу сего отраженнаго или преломленнаго изображенія, принимаютъ въ разсужденіе, для какой ни есть точки предложенной поверхности, лучъ зрѣнія, составляющій взаимное пресѣченіе двухъ конусовъ, имѣющихъ общею вершиною — точку зрѣнія, и касательныхъ къ поламъ зажигательной поверхности, соотвѣтствующей принятой въ разсужденіе

(*) Когда одна изъ полъ зажигательной поверхности обратится въ линію, тогда одна изъ построенныхъ точекъ будетъ находиться на зажигательной линіи (caustique linéaire), и представитъ изображеніе предложенной точки.

(**) Такъ какъ явственное изображеніе можетъ имѣть мѣсто только въ томъ случаѣ, когда одна изъ зажигательныхъ поверхностей есть линія, то мы и предположимъ, что сіе обстоятельство существуетъ.

точкѣ. Строятъ пресѣченіе сего луча съ картинною поверхностію, и получатъ перспективу отраженнаго или преломленнаго изображенія разсматриваемой точки. Повторяютъ сіе строеніе относительно къ различнымъ точкамъ предложеннаго отраженнаго или преломленнаго изображенія, и получатъ систему точекъ, принадлежащихъ искомой перспективѣ.

Примѣры.

171) *Примѣръ* 1. Построить призракъ произведенный очкомъ свинцоваго стекла, перпендикулярнаго къ данному направленію параллельныхъ лучей (*). (*Черт.* XXII, *фиг.* 4).

Положимъ, что чрезъ центръ даннаго очка проведена плоскость, параллельная свѣтящимся лучамъ. Примемъ сію плоскость за плоскость фигуры, и пусть ABCD представляетъ проэкцію очка на сей плоскости. Кривыя ABC, ADC будутъ дугами круговъ, коихъ центры находятся на прямой RF, протянутой изъ точки средины прямой AC.

Для построенія преломленнаго призрака, принимаютъ въ разсужденіе отношеніе между синусами угловъ паденія и преломленія, которое, при переходѣ изъ воздуха въ свинцовое стекло, равняется 1, 987 (84), такъ, что синусъ угла паденія относится къ синусу угла преломленія, какъ 2 къ 1.

По сему есть ли rT представляетъ свѣтящійся лучъ (*фиг.* 5), и T точку встрѣчи онаго съ поверхностію толщи свинцоваго стекла, то проведя Tn, нормальную въ точкѣ паденія T, усмотримъ, что перпендикуляръ rs опущенный на нормальную Tn изъ точки r, въ которой дуга какого ни есть круга rn, имѣющаго центръ въ T, пресѣкаетъ радіусъ rT, будетъ синусомъ угла паденія. Раздѣливъ сей синусъ rs по поламъ, опредѣлимъ rt, которая прямая и будетъ синусомъ угла преломленія; а по тому проведя tu параллельно Tn и соединивъ точку u, взаимное пресѣченіе tu и дуги rn, съ точкою паденія T, получимъ Tu, направленіе преломленнаго луча.

(*) Однородная толща свинцоваго стекла, ограниченная двумя частями шаровыхъ поверхностей, называется *очковымъ стекломъ* (*verre lenticulaire*), или просто *очкомъ* (*lentille*). При свѣтящейся точкѣ, данной на линіи соединяющей центры сихъ шаровыхъ поверхностей ABC, ADC (*фиг.* 4 *bis*), лучи свѣта претерпѣвъ первое преломленіе, проходя сквозь поверхность ABC, претерпятъ второе преломленіе пробѣгая поверхность ADC, и составятъ зажигательную линію Df, и зажигательную поверхность Efg. Когда точка L находится въ безконечности, тогда лучи содѣлываются параллельными; точка f замѣнится точкою F, которая называется *фокусомъ очка*.

Построивъ таковымъ образомъ GH (фиг. 4), преломленный лучъ поверхности ABC, должно опредѣлить направленіе онаго, при прохожденіи сквозь поверхность ADC. Но такъ какъ сей лучъ перейдетъ отъ свинцоваго стекла въ воздухъ, то синусъ паденія къ синусу преломленія, которыхъ отношеніе было какъ 2 къ 1, будетъ уже относиться обратно, какъ 1 къ 2.

По сему изъ точки H, какъ изъ центра, описываютъ какую ни есть круговую дугу IKL. Изъ точки K, пресѣченія оной съ GH, опускаютъ на нормальную HNO къ поверхности ADC перпендикуляръ KN, который и будетъ синусомъ угла паденія. Откладаютъ MN равную 2KN; проводятъ ML, параллельно HN, и получаютъ дугу IKL, которой синусъ будетъ равенъ 2 KN; а по тому точка L будетъ принадлежать возрожденному лучу LHP (84).

Повторивъ сіе строеніе достаточное число разъ, опредѣлимъ систему преломленныхъ лучей, къ которой проведемъ касательную кривую XUFSQ, которая и будетъ меридіональнымъ сѣченіемъ поверхности вращенія, имѣющей осью прямую RF. Двѣ полы обертывающей поверхности преломляющихъ лучей будутъ: часть XUFSQX поверхности, и часть YF прямой.

Изъ сего видно, что искомый призракъ находится между зажигательною поверхностію XUFSQX и прямымъ конусомъ, котораго меридіональное сѣченіе есть система прямыхъ XY, YQ, по коимъ преломляются лучи соотвѣтствующіе точкамъ A и C тѣла ABCD.

Фокусъ F будетъ имѣть самое яркое освѣщеніе изъ всѣхъ точекъ призрака. Точки зажигательныхъ: линіи YF и поверхности XUFSQX, послѣ точки F будутъ самыя свѣтлыя, и свѣтъ будетъ ослабѣвать по мѣрѣ удаленія во внутренность призрака отъ сихъ зажигательныхъ: линіи и поверхности.

Для построенія призрака отбрасываемаго на плоскость EZ, перпендикулярную къ плоскости AFC, строятъ пресѣченія (*abc*, *a'c'*), (*def*, *e'd'*) сей плоскости съ поверхностями вращенія, которыхъ меридіональныя сѣченія: XUFSQ и XYQ. Между сими кривыми, (которыхъ части, лежащія токмо впереди плоскости AFC представлены на фигурѣ), будетъ находиться свѣтящійся вѣнецъ *abcdefa*, составляющій искомый отбрасываемый призракъ.

Часть сего вѣнца, прилежащая линіи *abc*, будетъ самая свѣтлая. Внѣ призрака свѣтъ не будетъ повсюду одинаковъ, по причинѣ существованія очка; но измѣненіе онаго не можетъ быть правильно, ибо сіи очки никогда не вырабатываются изъ совершенно однороднаго стекла.

172) Въ случаѣ плоскаго зеркала, какъ ABCD (*Черт.* XXII, *фиг.* 6, положимъ что L представляетъ свѣтящуюся точку. Опустимъ изъ точки L перпендикуляръ LO на плоскость ABCD и опредѣлимъ точку l, сего перпендикуляра такъ, что $Ol = LO$. По проведеніи, изъ какой ни есть точки m зеркала, падающаго луча lm, нормальной mn, и прямой lmM усмотримъ, что сіи три прямыя Lm, mn, mM будутъ находиться въ плоскости LlM нормальной, къ зеркалу; углы Lmn и nmM будутъ равны, по чему mM будетъ лучемъ отраженнымъ точкою m.

Изъ сего заключимъ, что всѣ отраженные лучи сходятся въ точкѣ l, а потому: 1) какъ бы точка ни двигалась на плоскомъ зеркалѣ, оная всегда пробѣгаетъ линію отраженія (*); 2) полы зажигательной поверхности плоскаго зеркала совпадаютъ въ одну точку, которая составляетъ фокусъ, соотвѣтствующій свѣтящейся точкѣ; 3, сей фокусъ, имѣющій симетрическое положеніе относительно къ лучистой точкѣ будетъ всегда мнимой; 4) плоское зеркало не произведетъ ни какого призрака.

Положимъ теперь, что имѣемъ предметъ RSTU, находящійся впереди зеркальнаго стекла ABCD. Такъ какъ двѣ полы зажигательной поверхности совпадаютъ въ точкѣ R′, симетрически съ точкою R расположенной относительно къ плоскости ABCD, то отраженные лучи къ какой ни есть точкѣ зрѣнія, достигнувъ зрителя, какъ бы оные исходили изъ точки R′; а по тому впечатлѣніе, произведенное точкою R′ будетъ подобно произведенному точкою R, кромѣ измѣненія свѣта при отраженіи, и будетъ находиться на перпендикулярѣ RR′ къ зеркалу, такъ, что $Rr = rR'$, гдѣ r будетъ точкою

(*) На какой ни есть поверхности: 1) всегда существуютъ двѣ системы линій, отражающихъ или преломляющихъ лучи, исходящіе изъ свѣтящейся точки, по направленію элементовъ двухъ развертывающихся поверхностей; 2) ребра возврата, или линіи составленныя точками пресѣченія, по парно, прилежащихъ отраженныхъ или преломленныхъ лучей, соотвѣтственно тому же элементу, принадлежащія одной системѣ сихъ линій, опредѣляютъ одну полу зажигательной поверхности, 3) ребра возврата, соотвѣтствующія другой системѣ тѣхъ же линій, составляютъ другую полу зажигательной поверхности.

Сіи ребра возврата часто называютъ *зажигательными*, въ особенности когда они будутъ линіи плоскія, и иногда сіе же названіе придаютъ и цѣлымъ зажигательнымъ поверхностямъ и ихъ поламъ. Когда данная поверхность будетъ поверхность зеркала, тогда двумъ упомянутымъ нами системамъ линій придаютъ названіе *линій отраженія*, и называютъ ихъ *линіями преломленія*, естьли данная поверхность прозрачна. Въ примѣрахъ, наиболѣе представляемыхъ искуствами, линіи отраженія и преломленія совпадаютъ съ линіями кривизны.

пресѣченія RR′ и ABCD. Но сіе существуетъ для всѣхъ точекъ какого ни есть предмета RSTU; а по сему изображенія: дѣйствительное RSTU и повторенное R′S′T′U′, будутъ расположены симметрически относительно къ плоскости ABCD.

173) *Примѣръ* 2. Построить изображеніе горизонтальной стрѣлы MN, отраженной вертикальнымъ цилиндрическимъ зеркаломъ ADG, при предположеніи точки зрѣнія находящеюся на вертикальной линіи V. (*Чрт.* XXII, *фиг.* 7).

Принимаютъ въ разсужденіе на данной стрѣлѣ какую ни есть точку M. Для построенія отраженнаго изображенія сей точки M, берутъ точки, какъ точка r', на основаніи ADG даннаго цилиндра, и чрезъ сіи точки строятъ плоскости, какъ плоскость r'R, касательныя къ цилиндру. Опускаютъ изъ точки M перпендикуляры, какъ MR на сіи плоскости; отлагаютъ сіи перпендикуляры по продолженію оныхъ, какъ отъ R къ r; проводятъ прямыя, какъ $rr'r''$, которыя и будутъ вертикальными слѣдами плоскостей, составленныхъ лучами исходящими изъ точки M, и отраженными изъ точекъ вертикальной линіи отраженія r'. При томъ точка r будетъ зажигательною точкою плоскаго зеркала r'R (172) соотвѣтствующею точкѣ M; по сему кривая *drstu*, мѣсто точекъ, какъ точка r, составитъ полу зажигательной поверхности, соотвѣтствующей части DHA даннаго зеркала; а вертикальная поверхность FEH, обертываемая плоскостями, какъ плоскость $rr'r''$, будетъ другою полою той же зажигательной поверхности.

Конусъ, котораго вершина находится въ точкѣ зрѣнія, описанный около полы EFH зажигательной поверхности, обратится въ касательную плоскость Vm, которая и пресѣчетъ другой конусъ, проведенный чрезъ точку зрѣнія V и чрезъ другую полу зажигательной поверхности, то есть чрезъ кривую *bdrstu*, въ прямой соединяющей точки V и m. Изъ сего видно, что сія прямая будетъ лучемъ зрѣнія, соотвѣтствующимъ искомому изображенію, а точка касанія оной m' къ линейной полѣ зажигательной поверхности, будетъ изображеніемъ точки M.

Приложивъ описанное строеніе къ прочимъ точкамъ, какъ точка M, стрѣлы MN, опредѣлимъ точки, какъ m, принадлежащія искомому изображенію mn (*)

(*) Можно опредѣлить, посредствомъ изображенія mn блестящую точку на цилиндрѣ ADG, который пусть будетъ освѣщенъ точкою M. Для сего изъ точки зрѣнія V проводятъ касательную плоскость Vm къ зажигательной поверхности EFE′H, строятъ точку пресѣченія m сей плоскости

Примѣчаніе. Лучъ $rr'r''$ коснется къ зажигательной поверхности EFH въ точкѣ m', а рядъ точекъ, какъ m', соотвѣтствующихъ точкамъ, какъ M, опредѣлитъ фигуру $m'n'$, которую многіе изъ Физиковъ принимали по сіе время за мѣсто искомаго изображенія, вѣроятно не замѣтивъ, что геометрическое строеніе опредѣляетъ другую фигуру mn, понятіе о которой сообщается разсматриваніемъ цилиндрическаго зеркала, какъ составленнаго изъ плоскихъ вертикальныхъ зеркалъ; ибо для каждаго изъ сихъ зеркалъ повторенное изображеніе точки M будетъ находиться въ одной изъ точекъ линіи $bdrstu$M.

Мы не принимали въ разсужденіе высоты точки V надъ плоскостію данной стрѣлы, находящейся въ плоскости кривой $bdrstu$M, что весьма легко. Замѣтимъ когда точка V будетъ находиться въ плоскости стрѣлы, что линія $m'n'$ будетъ плоская, и что фигура mn, при всякой высотѣ точки зрѣнія, будетъ находиться въ плоскости MN. Сіе послѣднее замѣчаніе согласно съ опытомъ и подтверждаетъ, что искомое изображеніе находится въ mn.

174) *Примѣръ* 3. Построить изображеніе стрѣлы MN, находящейся въ плоскости фигуры и погруженной въ толщу воды, которая ограничена горизонтальною плоскостію PQ, при данной точкѣ зрѣнія V, надъ поверхностію воды, въ плоскости вертикальной, проходящей чрезъ прямую MN. (*Черт.* XXII, *фиг.* 8).

На данной стрѣлѣ MN берутъ какую ни есть точку M. Проводятъ чрезъ сію точку лучъ Mrz; изъ точки r, находящейся на плоскости PQ, какъ изъ центра, описываютъ дугу круга xst; проводятъ линіи: горизонтальную vsu и вертикальную rt. Взявъ $vu = \frac{4}{3}\, su$, проводятъ вертикальную линію vx, и строятъ прямую xrz, которая и будетъ направленіемъ луча Mr, когда оный преломится въ точкѣ r; ибо su есть синусъ угла паденія srt, а при переходѣ изъ воды въ воздухъ отношеніе между синусами угловъ паденія и преломленія равняется $\frac{4}{3}$ (84), слѣдовательно vu будетъ синусомъ угла преломленія, и уг. xrt будетъ угломъ преломленія.

Повторивъ сіе строеніе нѣсколько разъ, опредѣлимъ преломленные лучи, какъ xrz, и по тому кривую HBzFB′ касательную къ онымъ, которая и бу-

---

Vm съ зажигательною линіею $bdrstu$M. Точка пресѣченія B поверхности ADF съ прямою, соединяющею точку m съ точкою зрѣнія V, какую бы высоту сія послѣдняя ни имѣла, будетъ искомою блестящею точкою.

детъ меридіональнымъ сѣченіемъ одной полы зажигательной поверхности, другая же пола оной будетъ вертикальная линія MG (*).

Чтобъ имѣть изображеніе точки M, проводятъ чрезъ точку зрѣнія V, прямую Vm, касательную къ обѣимъ поламъ зажигательной поверхности, которая будетъ касательна къ HBzFB′, и коснется къ зажигательной линіи FG въ точкѣ m, составляющей изображеніе точки M.

Повторивъ сіе строеніе для прочихъ точекъ прямой MN получимъ для каждой ея изображеніе. Чрезъ всѣ таковыя изображенія начертываютъ линію mon, которая и будетъ искомымъ преломленнымъ изображеніемъ (**).

175) *Примѣръ 4.* Построить перспективу квадратнаго зала (*ребра:* PQ, QN, TR), пресѣченнаго отражающею плоскостію, (*гор: слѣдъ* MN), проведенною чрезъ одно изъ вертикальныхъ ребръ зала, при данной точкѣ зрѣнія (V, V′), и картинной плоскости (YX, XY′). (*Черт.* XXIII.)

Строятъ перспективу части зала, отдѣленной данною отражающею плоскостію. Для сего опредѣляютъ точку схода (въ персп: n) горизонтальныхъ ребръ зала (108).

Потомъ принимаютъ въ разсужденіе по одной точкѣ на ребрахъ сихъ двухъ системъ, избирая точки ихъ пресѣченія по парно. Ставятъ сіи общія точки въ перспективу, и руководствуясь данными примѣрами для опредѣленія перспективъ, начертываютъ сію перспективу $(on, o'n')$, гдѣ четыреугольникъ $(o''n''nn')$ будетъ представлять въ перспективѣ данную отражающую плоскость, при данной точкѣ зрѣнія (V, V′) и картинной плоскости (YX, XY′).

(*) Должно замѣтить, что синусъ преломленія не можетъ быть болѣе радіуса AM круга, въ которомъ берутся синусы; изъ чего и слѣдуетъ что наибольшій уголъ паденія будетъ имѣть синусомъ $\frac{3}{4}$ AM. А по тому естьли чрезъ точку D, опредѣленную условіемъ, по которому AD = $\frac{3}{4}$ AM, проведемъ вертикальную DE, то оная опредѣлитъ на дугѣ AE точку E, для которой падающій лучъ ME преломится въ H, по горизонтальной линіи HP; слѣдовательно кривая HBzFB′ будетъ касательна въ точкѣ H къ горизонтальной PQ.

(**) Преломленный лучъ Vm коснется къ зажигательной HBzFB′ въ точкѣ m'. Естьли чрезъ точки, какъ точка m', соотвѣтствующія точкамъ, какъ точка M, проведемъ линію $m'o'n'$, то сія линія покажетъ мѣсто, на которомъ, до сего времени, предполагали находящимся преломленное изображеніе линіи MN.

Опытъ показываетъ что сіе изображеніе должно находиться въ mon, ибо почти совершенно погруженная въ сосудъ, наполненный водою, вертикальная игла, будетъ казаться укороченною, а не преломленною, изъ того и усматривается, что точка M иглы должна рисоваться въ точкѣ m вертикальной MF, а не въ точкѣ m' кривой HBzFB′.

Для начертанія перспективы изображенія, повтореннаго данною отражающею плоскостію (*гор: сл:* MN), принимаютъ въ разсужденіе: 1) что повторенное изображеніе должно быть изображеніемъ трапецоидальной призмы [*основ:* (MPON), *высота* (TR)]; 2) что предметы повторяются симметрически, относительно къ отражающей плоскости (172); 3) что: a) вертикальныя линіи будутъ повторяться въ вертикальныхъ же линіяхъ; b) горизонтальныя линіи, перпендикулярныя къ картинной плоскости, повторяются въ горизонтальныхъ линіяхъ, также параллельныхъ между собою; наконецъ горизонтальныя линіи, параллельныя плоскости картинной, повторяются въ горизонтальныхъ линіяхъ, также между собою параллельныхъ.

Вообще для опредѣленія отраженнаго изображенія какой ни есть точки (*гор. пр:* P) даннаго начальнаго предмета, опускаютъ изъ сей точки перпендикуляръ (Pr) на отражающую плоскость (*гор. сл:* MN). Строятъ конецъ сего перпендикуляра. Отложивъ отъ сего конца (*гор. пр: r*), по перпендикуляру разстояніе (*гор. пр: rt*) равное длинѣ перпендикуляра (*гор. пр:* Pr), опредѣляютъ точку (*гор. пр: t*), которая и будетъ повтореніемъ точки (*гор. пр:* P) начальнаго предмета. Строятъ перспективу (t') сей точки; сія точка (t') будетъ повтореніемъ данной начальной точки (P), въ перспективѣ.

Повторивъ сіе строеніе для всѣхъ точекъ предмета, необходимыхъ для опредѣленія повтореннаго изображенія, опредѣлимъ и самое сіе изображеніе.

Въ предложенномъ примѣрѣ построеніе искомаго повтореннаго изображенія облегчится, когда найдемъ точки схода перспективъ тѣхъ линій, которыя пользуются симъ свойствомъ.

Чтобъ построить въ перспективѣ точку схода системы линій, параллельныхъ прямой (*гор. пр:* PQ), принимаютъ въ разсужденіе какую ни есть точку (P') на сей прямой. Строятъ, по показанному, точку, въ которой оная повторяется отражающею плоскостію. Сіе строеніе будучи приложено еще къ другой точкѣ той же прямой опредѣлитъ повторенную точку сей послѣдней точки. По соединеніи сихъ двухъ повторенныхъ точекъ получимъ прямую, на которой должна находиться точка схода. Принимаютъ въ разсужденіе другую прямую начальной системы параллельной прямой (PQ). Строятъ какъ предъ симъ прямую, въ которой сія вторая прямая повторится отражающею плоскостію. Точка пресѣченія (въ персп: u'') перспективъ сихъ двухъ повторенныхъ прямыхъ будетъ точкою схода всѣхъ перспективъ сей системы.

Сія точка схода (въ персп. u'') можетъ быть опредѣлена и слѣдующимъ образомъ. Изъ точки зрѣнія (V, V′) проводятъ прямую (*гор. пр*: VA) параллельную прямой (*гор пр*: PO). Строятъ точку пресѣченія (*гор. пр*: A) сей прямой съ картинною плоскостію (YX, XY′), и повторенное (*гор. пр*: *s*) изображеніе сей точки Ставятъ сіе повторенное изображеніе въ перспективу. Получатъ точку (u''), которая будетъ точкою схода въ перспективѣ для системы линій, составляющихъ повторенное изображеніе начальной системы, къ которой принадлежитъ начальная прямая (*гор. пр*: PO).

Такимъ образомъ получатъ всѣ точки повтореннаго изображенія въ перспективѣ, которая и изобразится системою линій, приличнымъ образомъ чрезъ сіи точки начерченныхъ въ четыреугольникѣ (въ персп: $o'n''nn'$), составляющемъ перспективу данной отражающей плоскости.

Примѣчаніе. Для опредѣленія тѣней на повторенномъ изображеніи должно принимать въ разсужденіе особенныя точки тѣней на начальной поверхности; строить ихъ повторенныя точки, и такимъ образомъ опредѣливъ повторенныя тѣни, поставить сіи послѣднія, по общему способу въ перспективу. При томъ должно замѣтить, относительно къ тѣнямъ: 1) что зеркало будетъ повторять симетрически тѣни даннаго предмета; 2) что будутъ существовать тѣни, падающія на самое зеркало; 3) что освѣщенныя части зеркала отражаютъ свѣтъ, производящій особенныя тѣни.

Изъ сего видно что разрѣшеніе вопроса о тѣняхъ повтореннаго изображенія весьма сложно; но помощію изложенныхъ нами предъ симъ способовъ, наблюдательнаго изученія данныхъ примѣровъ, и прилежнаго построенія чертежей, можно будетъ начертить обводы тѣней самымъ точнымъ образомъ.

176) Для построенія повтореннаго изображенія какого ни есть начальнаго предмета, производимаго отраженіемъ въ данной полѣ воды, принимаютъ въ разсужденіе каждую особенную точку сего предмета, разумѣя подъ особенными точками тѣ, которыя составляютъ взаимныя пресѣченія линій, обрисовывающихъ начальный предметъ.

Изъ принятой въ разсужденіе точки опускаютъ перпендикуляръ на плоскость, которою оканчивается данная пола воды; строятъ точку пресѣченія сего перпендикуляра съ сею плоскостію. Точка, составляющая конецъ длины, отложенной въ сторону противоположную взятой начальной точкѣ, и притомъ равной длинѣ перпендикуляра, будетъ повтореннымъ изображеніемъ въ водѣ данной начальной точки.

Такимъ образомъ, приложивъ сіе строеніе ко всѣмъ особеннымъ точкамъ предмета, и къ промежуточнымъ, когда сіе необходимо для вѣрнаго начертанія искомаго изображенія, описываютъ сей предметъ, сообразно виду начальнаго, и получаютъ систему линій, представляющихъ повторенное данною полою воды изображеніе въ двухъ проэкціяхъ.

Для начертанія перспективы сего изображенія, ставятъ въ перспективу различныя точки онаго, которыя, по соединеніи ихъ приличнымъ образомъ, опредѣлятъ перспективу искомаго повтореннаго водою изображенія.

IV. Объ анаморфозахъ или превратныхъ изображеніяхъ.

177) Мы сказали (89), что анаморфозы составляютъ изображенія, которыя, усматриваясь посредствомъ отраженія или преломленія, перемѣняются въ изображенія, совершенно отличныя отъ тѣхъ, коими кажутся; по сему данныя геометрическія величины, при разрѣшеніи вопроса о построеніи анаморфозовъ, состоятъ въ данномъ предметѣ, картинной поверхности, отражающемъ или преломляющемъ тѣлѣ, и точкѣ зрѣнія; а искомыя—въ системѣ линій, оттѣненіяхъ и измѣненіяхъ цвѣта, на картинной поверхности, по которымъ исходящіе отъ сихъ послѣднихъ лучи зрѣнія, по отраженіи или преломленіи, производили бы на глазъ впечатлѣніе даннаго предмета.

Изъ сего видно, что вопросъ о построеніи анаморфозовъ раздѣляется на двѣ части. Первая имѣетъ предметомъ начертаніе на картинной поверхности системы линій, производящихъ впечатлѣніе даннаго предмета, принадлежитъ линейной перспективѣ, и изыскиваетъ изображеніе, называемое *линейнымъ анаморфозомъ*. Вторая часть, состоящая въ опредѣленіи оттѣненій и измѣненія цвѣтовъ, входитъ въ составъ Воздушной Перспективы, и не подлежитъ нашему разсматриванію.

178) *Приложеніе* XXXI. Даны точки зрѣнія, начальный предметъ, картинная поверхность, и отражающее или преломляющее тѣло, построить линейный анаморфозъ сего предмета.

Для построенія линейнаго анаморфоза берутъ какую ни есть точку на данномъ начальномъ предметѣ. Чрезъ сію точку проводятъ лучъ зрѣнія. Строятъ точку пресѣченія сего луча зрѣнія съ отражающимъ или преломляющимъ тѣломъ.

Чрезъ построенную точку пресѣченія, находящуюся на данномъ отражающемъ или преломляющемъ тѣлѣ, строятъ: 1) отраженный или преломленный лучъ сею точкою паденія, и 2) точку встрѣчи сего отраженнаго или преломленнаго луча съ картинною поверхностію. Сія точка будетъ принадлежать искомому линейному анаморфозу, и соотвѣтствовать на оном в принятой въ разсужденіе точкѣ даннаго начальнаго предмета.

Повторяютъ сіе строеніе достаточное число разъ, для всѣхъ точекъ находящихся на особенныхъ линіяхъ даннаго предмета и на видимомъ обмѣрѣ онаго, и получатъ систему точекъ, которыя, будучи соединены приличнымъ образомъ, опредѣлятъ систему линій, изображающихъ искомой линейной отраженный или преломленный анаморфозъ.

179) *Примѣръ.* Построить линейный анаморфозъ находящагося въ вертикальной плоскости (DG, GH круга (DE, D'E'F'F''), на данной картинной плоскости (YX, XY'), при данныхъ точкѣ зрѣнія (V, V') и цилиндрическомъ прямомъ зеркалѣ (*основ.* (ABC *цент.* O, *произ* (B, B'B'')), (Черт. XXV). (178).

Принимаютъ въ разсужденіе точку (E, E' круга (DE, D'F'E'F''), и проводятъ чрезъ оную лучъ зрѣнія (VE, V'E'). Строятъ точку пресѣченія (*e*, *e'*) сего луча зрѣнія съ отражающимъ цилиндромъ [*основ.* (ABC), *произ.* (B, B'B'')].

Изъ точки (*e*, *e'*) проводятъ нормальную *e*O, *e'*O') къ отражающему цилиндру. Чрезъ сію нормальную и лучъ зрѣнія (V*e*, V'*e'*) строятъ плоскость, которой вертикальный слѣдъ будетъ G'H', и которая будетъ плоскостію отраженія точки (*e*, *e'*) цилиндра. Совмѣщаютъ сію плоскость съ вертикальною плоскостію проэкцій. Точка (*e*, *e'*), нормальная (*e*O, *e'*O' и лучъ зрѣнія (V*e*, V'*e'*) будутъ въ совмѣщеніи, соотвѣтственно, въ *d*, въ *d*G', въ *dh*. Подъ угломъ *dd*G' равнымъ углу *hd*G' проводятъ прямую *ad*, которая и будетъ въ совмѣщеніи отраженнымъ лучемъ отъ точки *d*. Поднимаютъ сію прямую *ad* въ пространство: точка *d* придетъ обратно въ точку (*e*, *e'*), а прямая *ad* будетъ на прямой (*be*, *ae'*), которая и покажетъ направленіе отраженнаго луча изъ точки (*e*, *e'*) отражающаго цилиндра.

Строятъ точку (*f'*, *g'*) пресѣченія построеннаго отраженнаго луча (*be*, *ae'*) съ картинною плоскостію (YX, XY'). Сія точка будетъ, по перенесеніи картинной плоскости, чтобъ не смѣшать начертанія, и по совмѣщеніи съ вертикальною плоскостію проэкцій, въ точкѣ *g*, которая и будетъ принадлежать искомому линейному анаморфозу, въ настоящей онаго величинѣ.

Повторивъ изложенное строеніе достаточное число разъ, для вѣрнаго очертанія искомаго анаморфоза, и соединивъ приличнымъ образомъ опредѣленныя для онаго точки, построимъ искомый линейный анаморфозъ ($h'g'l'k'$) даннаго круга, отраженнаго цилиндрическимъ прямымъ зеркаломъ.

180) При построеніи анаморфоза даннаго начальнаго предмета, произведеннаго преломленіемъ въ данномъ тѣлѣ, должно замѣтить, по проведеніи лучей зрѣнія къ точкамъ предмета, и построеніи точекъ пресѣченія оныхъ съ преломляющею поверхностію, что въ сихъ точкахъ паденія: 1) лучъ будетъ преломленъ входя въ тѣло сообразно съ отношеніемъ синусовъ угловъ паденія и преломленія, даннымъ для двухъ срединъ; 2) сей преломленный лучъ, въ точкѣ выхода изъ даннаго преломляющаго тѣла, содѣлается лучемъ возрожденнымъ, то есть преломится въ обратномъ отношеніи первому данному отношенію, а по сему приметъ положеніе падающаго первобытнаго луча (*).

Изъ сего заключимъ, что должно строить точки пресѣченія сихъ возрожденныхъ лучей съ данною картинною поверхностію, которыя и будутъ принадлежать искомому анаморфозу, производимому преломленіемъ.

(*) Естьли преломляющее тѣло будетъ свинцовое стекло, то отношеніе синуса угла паденія къ синусу угла преломленія, при входѣ луча въ сіе тѣло изъ воздуха будетъ равно 2, а по тому уголъ преломленія при входѣ будетъ измѣряться дугою, которой синусъ будетъ равенъ половинѣ синуса дуги, измѣряющей уголъ паденія.

Отношеніе синуса угла паденія къ синусу угла преломленія, при выходѣ изъ тѣла, будетъ обратное, то есть равно $\frac{1}{2}$, и такъ дуга измѣряющая уголъ преломленія, который опредѣляетъ возрожденный лучъ, при выходѣ изъ тѣла, будетъ имѣть синусомъ двойной синусъ дуги, измѣряющей уголъ паденія, которымъ будетъ уголъ, составленный преломленнымъ лучемъ съ нормальною къ тѣлу въ точкѣ выхода.

*

ОБЩЕЕ ПРИБАВЛЕНІЕ.

О построеніи вспомогательныхъ кривыхъ, входящихъ въ рѣшенія различныхъ вопросовъ, предложенныхъ въ Основаніяхъ Начертательной Геометріи и въ приложеніи сей науки къ рисованію.

А) *Основанія Начертательной Геометріи.*

181, Вспомогательная кривая при построеніи нормальной къ цилиндру изъ точки внѣ поверхности (80. *Приложеніе* XIII) состоитъ изъ концевъ перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ данной точки на различныя касательныя плоскости къ цилиндру. Для удобнѣйшаго построенія оной, изъ данной точки проводятъ прямую, параллельную производящимъ даннаго цилиндра. Строятъ точку пресѣченія сей прямой съ горизонтальною плоскостію проэкцій. Изъ сей точки проводятъ касательныя къ основанію цилиндра, по обѣ стороны онаго. Дуга основанія, между точками касанія, будетъ мѣстомъ тѣхъ точекъ, изъ которыхъ проведенныя касательныя плоскости къ цилиндру послужатъ для построенія вспомогательной кривой. По опредѣленіи какой ни есть точки сей кривой, до перехода къ построенію другой точки, строятъ точку основанія вспомогательнаго цилиндра, соотвѣтствующую сей точкѣ въ пространствѣ. По построеніи трехъ точекъ основанія вспомогательнаго цилиндра, прилежащихъ одна къ другой, можно усмотрѣть, съ которой стороны должно брать вспомогательныя касательныя плоскости, дабы основаніе вспомогательнаго цилиндра приближалось къ данному, и такимъ образомъ построить самую точку касанія двухъ основаній. Изъ сего видно, что, для облегченія строенія, вспомогательную кривую въ пространствѣ и основаніе вспомогательнаго цилиндра должно строить въ одно и то же время, и замѣчать, какъ показано, по мѣрѣ означенія вспомогательнаго основанія, сближеніе онаго къ данному основанію.

Нормальная къ цилиндру можетъ быть также построена посредствомъ кривой пресѣченія съ онымъ вспомогательной плоскости, проходящей чрезъ данную точку и перпендикулярной къ производящимъ цилиндра. Для сего пресѣкаютъ цилиндръ сею вспомогательною плоскостію, и совмѣщаютъ оную и находящіяся въ ней данную точку и кривую пресѣченія, съ одною изъ плоскостей проэкцій. Тогда построеніе нормальной къ цилиндру приводится къ тому, чтобъ построить нормальную къ сей кривой изъ совмѣщенной данной точки. Сей вопросъ можетъ быть разрѣшенъ посредствомъ второй вспомогательной кривой, составленной концами перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ

данной точки на различныя касательныя къ предложенной кривой. По построеніи сей вспомогательной кривой, опредѣляютъ точку ея касанія къ данной кривой; прямая, соединяющая сію точку съ данною точкою, будетъ искомою нормальною, которую, для окончательнаго рѣшенія должно поднять въ пространство; ибо нормальная къ сѣченію, перпендикулярному къ производящимъ цилиндръ, будетъ нормальною и къ сему цилиндру.

Сблизивъ сіи два рѣшенія вопроса усматриваемъ, что поднятыя въ пространство касательныя къ второй вспомогательной кривой послѣдняго рѣшенія, будутъ слѣдами касательныхъ плоскостей, употребленныхъ въ первомъ рѣшеніи, на сѣкущей плоскости, проведенной чрезъ данную точку перпендикулярно къ производящимъ цилиндръ, а по тому, что вспомогательная кривая перваго рѣшенія, составленная концами перпендикуляровъ къ касательнымъ плоскостямъ, будетъ плоская и составитъ вспомогательное сѣченіе цилиндра, употребленное во второмъ рѣшеніи. Когда сѣченіе цилиндра съ вспомогательною плоскостію будетъ кругъ, тогда искомая нормальная будетъ прямою, соединяющею данную точку съ центромъ сего круга.

182) Пріемы употребляемые для легчайшаго построенія вспомогательной кривой при построеніи нормальной изъ данной точки къ конусу (82. *Прилож.* XV), подобны предъидущимъ; но втораго рѣшенія не существуетъ, ибо вспомогательная плоскость не можетъ имѣть мѣста. Сіи пріемы имѣютъ предметомъ: 1) назначеніе той дуги основанія, на которой должно брать точки для проведенія вспомогательныхъ касательныхъ плоскостей; 2) скорѣйшее опредѣленіе точки касанія двухъ основаній: вспомогательнаго и даннаго конусовъ.

Для назначенія помянутой дуги основанія, чрезъ данную точку и вершину конуса проводятъ прямую. Строятъ точку пресѣченія оной съ горизонтальною плоскостію проэкцій. Изъ сей точки проводятъ касательныя къ основанію. Дуга основанія, между точками касанія, будетъ та, въ точкахъ которой должно проводить касательныя плоскости, для опредѣленія кривой, составленной концами перпендикуляровъ.

Что же относится къ легчайшему построенію точки касанія двухъ основаній, вспомогательнаго и даннаго, то оное требуетъ пріемовъ, совершенно подобныхъ описаннымъ нами для цилиндра (181). Направляющая и основаніе вспомогательнаго конуса должны строиться одновременно.

Въ случаѣ прямаго конуса, такъ какъ нормальныя къ оному встрѣчаютъ ось, строятъ производящую пресѣченія плоскости, проходящей чрезъ ось и дан-

ную точку. На сію производящую опускаютъ перпендикуляръ, который и будетъ искомою нормальною.

183) При опредѣленіи нормальной изъ данной точки къ косому цилиндру строятся двѣ кривыя (87. *Прил.* XV), которыхъ точка встрѣчи будетъ точкою поверхности, по соединеніи коей съ данною точкою получаютъ искомую нормальную. Первая кривая составлена концами перпендикуляровъ опущенныхъ на различныя производящія, а вторая концами перпендикуляровъ опущенныхъ на касательныя плоскости, проходящія чрезъ сіи производящія. Сіе рѣшеніе весьма просто и легко при наблюденіи слѣдующихъ пріемовъ.

1) Изъ данной точки пресѣкаютъ косый цилиндръ плоскостію, и строятъ кривую пресѣченія. Къ сей кривой проводятъ изъ данной точки касательныя, которыя точками касанія назначатъ дугу соотвѣтствующую онымъ производящимъ, которыя послужатъ къ опредѣленію первой вспомогательной кривой.

2) Чтобы концы перпендикуляровъ, опущенныхъ на различныя касательныя плоскости къ косому цилиндру, составили кривую, должно наложить извѣстное условіе, по которому сіи плоскости, послѣдовательнымъ взаимнымъ наклоненіемъ ихъ были бы узаконены кривизнъ самой поверхности. Самое естественное изъ подобныхъ условій состоитъ въ томъ, чтобъ сіи плоскости касались къ косому цилиндру въ концахъ перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ данной точки на производящія косаго цилиндра, то есть въ точкахъ другой вспомогательной кривой вопроса.

3) Двѣ вспомогательныя кривыя должны строиться одновременно. То есть по опредѣленіи конца перпендикуляра, опущеннаго на одну изъ производящихъ, должно провести чрезъ сей конецъ касательную плоскость, и опустивъ на оную перпендикуляръ, смотрѣть, будутъ ли сіи концы перпендикуляровъ находиться въ близкомъ, одинъ отъ другаго, разстояніи. Естьли нѣтъ, то перейти къ другой производящей, съ которою поступить такимъ же образомъ, и продолжать до тѣхъ поръ, пока не получится случай, для котораго сіе разстояніе близко. По томъ для производящей, находящейся предъ сею плоскостію, и для лежащей за оною плоскостію, непосредственно, испытать, относительно къ проведеннымъ плоскостямъ, каково разстояніе между помянутыми точками, принадлежащими вспомогательнымъ кривымъ. Тогда берутъ вспомогательныя плоскости въ ту сторону, которая соотвѣтствуетъ плоскости, для коей описанное разстояніе менѣе находящагося на

первой плоскости, ибо вспомогательныя кривыя, чтобъ дойти посредствомъ оныхъ до рѣшенія вопроса, должны сближаться, а не расходиться.

Изъ сказаннаго видно, что изложеніе рѣшенія вопроса о проведеніи нормальной къ косому цилиндру, чрезъ данную точку внѣ поверхности, будетъ слѣдующее: 1) строятъ кривую составленную концами перпендикуляровъ опущенныхъ изъ данной точки на различныя производящія косаго цилиндра; 2) строятъ другую кривую, проходящую чрезъ концы перпендикуляровъ опущенныхъ на плоскости, касательныя къ косому цилиндру въ точкахъ первой кривой. Общая точка сихъ кривыхъ, по соединеніи оной съ данною точкою, опредѣлитъ искомую нормальную. Для легчайшаго построенія сей точки, вспомогательныя кривыя должны строиться одновременно, съ наблюденіемъ, изложеннымъ нами образомъ, разстоянія между концемъ перпендикуляра на производящую и концемъ перпендикуляра на касательную, принадлежащую оной, плоскость. Построеніе кривой пресѣченія для назначенія части поверхности, на которой должно производить строеніе, необходимо, ибо сія кривая понятіе о кривизнѣ поверхности содѣлываетъ яснѣе, а съ построеніемъ оной и строеніе нормальной облегчается, по врожденному въ насъ сочувствію о перпендикулярномъ или нормальномъ положеніи (*).

184) При построеніи касательной плоскости къ косому цилиндру, параллельно данной плоскости (98. *Прилож.* XXX), употребляютъ двѣ вспомогательныя кривыя, пресѣченіемъ ихъ на сей поверхности опредѣляющія точку, чрезъ которую проведенная плоскость, параллельно данной, будетъ касательна къ косому цилиндру. Сіи двѣ кривыя будутъ кривыми касанія къ оному цилиндровъ обертывающихъ косой цилиндръ параллельно горизонтальному и вертикальному слѣдамъ данной плоскости. Вспомогательныя кривыя, для опредѣленія ихъ общей точки, должны строиться одновременно. Тогда принимаютъ въ разсужденіе производящую косаго цилиндра; строятъ чрезъ оную двѣ плос-

(*) Основываясь на томъ, что нормальная перпендикулярна къ двумъ касательнымъ къ поверхности въ точкѣ касанія, можно кривую, составленную концами перпендикуляровъ на касательныя плоскости къ косому цилиндру, замѣнить кривою, составленною концами перпендикуляровъ изъ данной точки опущенныхъ на поперечныя производящія, проходящія чрезъ концы перпендикуляровъ, проведенныхъ къ различнымъ производящимъ. Сіи поперечныя производящія будутъ принадлежать различнымъ косымъ касательнымъ плоскостямъ, содержащимъ прежде взятыя производящія.

кости: 1) параллельную вертикальному слѣду; 2) параллельную горизонтальному слѣду данной плоскости. Опредѣляютъ точки касанія сихъ плоскостей къ косому цилиндру. Естьли разстояніе между оными точками не велико, то принимаютъ въ разсужденіе двѣ производящія, одну по одну сторону, а другую по другую сторону сей производящей. Поступивъ съ каждою изъ сихъ производящихъ, какъ съ первою взятою производящею, разсматриваютъ разстояніе между точками касанія, опредѣленными какъ показано, и продолжаютъ строеніе въ ту сторону, въ которую сіе разстояніе менѣе перваго опредѣленнаго, ибо точка касанія принадлежитъ вспомогательнымъ кривымъ, которыя должны сходиться, а не расходиться при приближеніи къ искомой точкѣ.

Замѣтимъ, вообще, что чѣмъ вспомогательныя геометрическія величины будутъ ближе къ искомой точкѣ въ предложенномъ вопросѣ, тѣмъ ближе оныя должно брать между собою, ибо строгая точность должна существовать для самой сей точки, по назначеніи которой часто бываетъ нужно, и въ особенности когда вспомогательныя кривыя имѣютъ необыкновенный изгибъ, прибѣгать къ повѣркѣ: удовлетворяетъ ли сія точка данному условію вопроса; и естьли нѣтъ, то хотя и весьма мало, но все измѣнить положеніе оной. Къ сему должно прибавить, что чѣмъ искуснѣе Геометръ дѣйствуетъ циркулемъ и линейкою, тѣмъ съ большею точностію могутъ быть разрѣшаемы, графически, предлагаемые вопросы; а по сему необходимо упражняться въ построеніи чертежей какъ можно болѣе, ибо часто общія рѣшенія могутъ быть замѣнены частными, содѣлывающими несравненно простѣе опредѣленіе искомыхъ геометрическихъ величинъ (*).

(*) Изложенное строеніе, употребленное въ вопросѣ, о которомъ мы говорили, есть общее для всѣхъ поверхностей. Частно, для косыхъ цилиндровъ, сей вопросъ можетъ быть разрѣшенъ основываясь непосредственно на томъ началѣ, что всякая плоскость, содержащая производящую косаго цилиндра, будетъ касательна къ оному. Производящая искомой касательной плоскости должна быть параллельна прямой пресѣченія данной плоскости съ плоскостію параллелизма, а по тому построивъ таковую производящую, должно будетъ токмо, провести чрезъ оную, плоскость параллельную данной. Сей послѣдній вопросъ рѣшается посредствомъ вспомогательнаго цилиндра, имѣющаго направляющею—одну изъ плоскихъ направляющихъ, и котораго производящія параллельны помянутой прямой пресѣченія. Производящая, протянутая чрезъ точку пресѣченія основанія сего цилиндра, на плоскости второй плоской направляющей, съ сею направляющею, будетъ искомою производящею. Въ семъ рѣшеніи употребляется одна токмо кривая, и то плоская, и при томъ проэктирующаяся на вертикальную плоскость проэкцій въ настоящей ся величинѣ.

В) *Приложеніе Начертательной Геометріи къ Рисованію, изд. 1830 года.*

185) При построеніи вспомогательной кривой, составленной блестящими точками и входящей въ разрѣшеніе вопроса о построеніи блестящей точки на цилиндрѣ (64 *Прил.* XII), въ геометрическомъ возвышеніи, должно наблюдать, что бы точки для касательныхъ плоскостей были взяты на освѣщенной дугѣ основанія, и при томъ чтобъ двѣ кривыя: направляющую вспомогательнаго цилиндра и основаніе онаго, опредѣлять не послѣдовательно, а одновременно, какъ показано въ § 181, наблюдая при томъ, что должно имѣть наиболѣе точекъ для основанія вспомогательнаго цилиндра съ той стороны, въ которую оное склоняется къ встрѣчѣ съ основаніемъ даннаго цилиндра.

Тоже самое замѣчаніе должно приложить къ пріемамъ, служащимъ для легчайшаго построенія вспомогательныхъ кривыхъ, при разрѣшеніи вопроса о блестящей точкѣ на конусѣ, освѣщенномъ свѣтящеюся точкою въ геометрическомъ возвышеніи. (65. *Прил.* XIII).

Къ сему должно прибавить, что блестящая точка на цилиндрѣ, когда плоскость проведенная чрезъ свѣтящуюся точку перпендикулярно къ его производящимъ, будетъ перпендикулярна къ плоскости геометрическаго возвышенія, можетъ быть построена посредствомъ кривой пресѣченія сей плоскости съ цилиндромъ. Для сего строятъ сіе сѣченіе, къ которому нормальная будетъ и нормальною къ цилиндру, ибо сѣченіе находится въ плоскости перпендикулярной къ производящимъ цилиндръ. Совмѣщаютъ сію плоскость съ одною изъ плоскостей проэкцій; строятъ въ семъ совмѣщеніи: 1) кривую пресѣченія, 2) свѣтящуюся точку, и 3) перпендикуляръ къ плоскости геометрическаго возвышенія, то есть къ плоскости вертикальной проэкцій. Тогда должно будетъ разрѣшить слѣдующій вопросъ: *Даны въ той же плоскости: кривая, свѣтящаяся точка и прямая, построить на сей кривой точку, изъ которой отраженный лучъ былъ бы параллеленъ сей прямой.* Сей вопросъ разрѣшается посредствомъ вспомогательной кривой, составленной точками на касательныхъ къ данной кривой, для которыхъ точекъ отраженные лучи параллельны данной прямой. Точка общая кривымъ: данной и вспомогательной, будетъ искомою. Поднимаютъ сію точку въ пространство на цилиндръ. Поднятая точка будетъ искомою блестящею точкою на цилиндрѣ.

186) Для легчайшаго построенія вспомогательныхъ кривыхъ, употребляемыхъ для опредѣленія блестящей точки въ геометрическихъ возвышеніяхъ на поверхности вращенія, освѣщенной свѣтящеюся точкою (66. *Прил.* XIV),

принимаютъ въ разсужденіе вспомогательную прямую, изъ свѣтящейся точки опущенную перпендикулярно на вертикальную плоскость проэкцій. Для построенія кривой, составленной концами нормальныхъ, берутъ точки на вспомогательной прямой такъ, чтобы нормальныя проведенныя изъ оныхъ упали на освѣщенную часть поверхности. Приблизительный способъ для сего пріема состоитъ въ томъ, чтобы пресѣчь, чрезъ вспомогательную прямую, освѣщенную часть поверхности плоскостію; изъ точекъ пресѣченія кривой, общей сей плоскости и поверхности, съ кривою отдѣла свѣта отъ тѣни, провести нормальныя къ данной поверхности вращенія. Часть вспомогательной прямой, между точками ея пресѣченія съ сими нормальными, будетъ та, на которой должно брать точки для построенія помянутыхъ нормальныхъ.

Двѣ кривыя: составленную концами нормальныхъ и проходящую чрезъ блестящія точки на оныхъ, должно строить одновременно. Избравъ первоначально нормальную, которой конецъ будетъ въ небольшемъ разстояніи отъ ея блестящей точки, прилагать построеніе, по парно, блестящихъ точекъ и концевъ, къ тѣмъ нормальнымъ, для которыхъ помянутое разстояніе между означенными точками будетъ уменьшаться, ибо вмѣстѣ съ уменьшеніемъ онаго вспомогательныя кривыя будутъ сходиться къ точкѣ встрѣчи, то есть къ искомой точкѣ.

Когда поверхность вращенія будетъ шаръ, тогда, по причинѣ, что всѣ нормальныя къ шару проходятъ чрезъ центръ, мѣстомъ рѣшенія вопроса будетъ плоскость, проведенная чрезъ перпендикуляръ, опущенный изъ свѣтящейся точки на вертикальную плоскость проэкцій, и центръ шара. Совмѣщаютъ сію плоскость съ одною изъ плоскостей проэкцій. Въ совмѣщеніи будутъ имѣть: 1) большой кругъ пресѣченія вспомогательной плоскости съ шаромъ; 2) свѣтящуюся точку; 3) и перпендикуляръ опущенный изъ оной на вертикальную плоскость проэкцій. Строятъ на семъ кругѣ блестящую точку, посредствомъ вспомогательной кривой, составленной изъ блестящихъ точекъ на радіусахъ сего круга, пресѣкающихъ вспомогательный перпендикуляръ. Общая точка вспомогательной кривой и кругу будетъ искомою. Поднимаютъ сію точку на шаръ, и получатъ блестящую точку шара.

187. Строя вспомогательныя кривыя для опредѣленія блестящихъ точекъ въ перспективѣ на цилиндрѣ и конусѣ (146. *Прил.* XXV и 147. *Прил.* XXVI) избираютъ, для проведенія касательныхъ плоскостей, тѣ точки основаній цилиндра и конуса, которыя будутъ принадлежать освѣщеннымъ дугамъ

основаній, видимымъ въ перспективѣ. Сей пріемъ весьма сократитъ построеніе. При томъ замѣчаютъ, по положенію, въ которую сторону основанія вспомогательныхъ поверхностей сближаются съ основаніями данныхъ, и, по мѣрѣ сближенія, съ сей стороны употребляютъ наибольшее число вспомогательныхъ плоскостей.

Блестящую точку на цилиндрѣ можно также построить посредствомъ сѣченія сей поверхности плоскостію, перпендикулярною къ производящимъ и содержащею точку зрѣнія и свѣтящуюся точку, разумѣется въ частномъ случаѣ, когда сіи двѣ точки будутъ находиться въ плоскости имѣющей помянутое положеніе (*). Тогда, по совмѣщеніи вспомогательной плоскости съ одною изъ плоскостей проэкцій, рѣшеніе вопроса будетъ зависѣть отъ построенія на кривой, освѣщенной свѣтящеюся точкою такой точки, изъ которой отраженный лучъ проходилъ бы чрезъ данную точку, что производится посредствомъ вспомогательной кривой, составленной блестящими точками на нормальныхъ къ предложенной кривой; пресѣкающихъ прямую протянутую чрезъ свѣтящуюся и данную точки, или помощію вспомогательной кривой, проходящей чрезъ блестящія точки на касательныхъ къ данной кривой. Общая точка вспомогательной кривой и данной, будучи поднята въ пространство, опредѣлитъ искомую блестящую точку цилиндра.

188) Пріемы, употребляемые для удобнѣйшаго построенія блестящей точки въ перспективѣ на поверхности вращенія освѣщенной солнечнымъ свѣтомъ, или свѣтящеюся точкою (148, *Прил.* XXVII и 149. *Прил.* XXVIII) имѣютъ предметомъ: 1) опредѣленіе на вспомогательныхъ прямыхъ вопроса такихъ частей, изъ точекъ которыхъ проведенныя нормальныя къ поверхности, встрѣчаютъ оную въ точкахъ освѣщенныхъ и видимыхъ въ перспективѣ; 2) построеніе, послѣдовательно, точекъ двухъ вспомогательныхъ кривыхъ, къ той сторонѣ, въ которой оныя кривыя должны встрѣтиться.

Въ случаѣ *солнечнаго свѣта* вспомогательная прямая проходитъ чрезъ точку зрѣнія параллельно солнечному лучу. Пресѣкаютъ поверхность чрезъ сію прямую плоскостію; строятъ тѣ точки кривой пресѣченія, въ которыхъ линія видимаго обмѣра пресѣкаютъ сію кривую, и такимъ образомъ опредѣляютъ крайнія точки сей кривой видимыя въ перспективѣ. Естьли на сей части будетъ существовать линія отдѣла свѣта отъ тѣни, строятъ

(*) Въ случаѣ солнечнаго свѣта вспомогательная плоскость должна пройти чрезъ солнечный лучъ.

*

точку пресѣченія и сей линіи съ кривою пресѣченія помянутой вспомогательной плоскости. Крайнія точки дуги сѣченія сею плоскостію, между послѣднею точкою, то есть находящеюся на линіи отдѣла свѣта отъ тѣни, и освѣщенною построенною предъ симъ точкою видимаго обмѣра, будутъ предѣльными точками, изъ которыхъ проводятъ нормальныя къ поверхности. Сіи нормальныя пресѣкутъ вспомогательную прямую въ двухъ точкахъ, разстояніе между которыми будетъ мѣстомъ точекъ, изъ коихъ должно строить вспомогательныя въ семъ вопросѣ нормальныя къ поверхности.

Въ случаѣ *блестящейся точки* вспомогательная прямая соединяетъ сію точку съ точкою зрѣнія, и часть сей прямой, изъ точекъ которой должно будетъ проводить нормальныя, опредѣлится строеніемъ, изложеннымъ нами предъ симъ въ случаѣ солнечнаго свѣта.

Чтобъ опредѣлить сторону, въ которую двѣ вспомогательныя кривыя: составленная концами нормальныхъ и проходящая чрезъ блестящія точки на оныхъ, будутъ сходиться, строятъ сіи кривыя одновременно, и, какъ предъ симъ упомянуто, наблюдая разстояніе, для каждой нормальной, между блестящею точкою и концемъ (186).

---

189) Такъ какъ геометрическое возвышеніе на какой ни есть плоскости есть перспектива на плоскости геометрическаго возвышенія, принятой картиною, когда точка зрѣнія находится въ безконечномъ удаленіи отъ сей плоскости, то вопросъ о построеніи видимыхъ и невидимыхъ частей въ геометрическомъ возвышеніи можетъ быть разрѣшенъ посредствомъ линейной перспективы.

Положимъ, что дана какая ни есть поверхность, и должно опредѣлить часть оной, которая будетъ видна въ перпендикулярной проэкціи сей поверхности на данной плоскости. Общее направленіе лучей зрѣнія будетъ перпендикуляръ къ сей данной плоскости. Обертывающій конусъ предложенную поверхность изъ точки зрѣнія перемѣнится въ цилиндръ, перпендикулярный къ сей плоскости.

Чтобъ построить линію данной поверхности, отдѣляющую видимую часть оной отъ невидимой, относительно къ данной плоскости, строятъ цилиндръ обертывающій сію поверхность и перпендикулярный къ данной плоскости. Кривая касанія сего цилиндра будетъ видимымъ обмѣромъ, и раздѣлитъ поверхность на двѣ части, изъ которыхъ лежащая ближе къ данной плоско-

сти будетъ не видна, а лежащая часть, относительно къ данной плоскости, за сею первою частію будетъ видна.

Проэкція, на данной плоскости, построенной линіи касанія будетъ ограничивать проэкцію поверхности на сей плоскости; и всѣ линіи находящіяся на опредѣленной нами видимой части будутъ видны въ проэкціи поверхности на данной плоскости:, принадлежащія же невидимой части будутъ не видны.

190) Приложимъ изложенное нами общее рѣшеніе къ цилиндру и къ конусу, представленнымъ перпендикулярными проэкціями на плоскостяхъ: вертикальной и горизонтальной.

Обертывающіе цилиндры къ цилиндру и конусу, перпендикулярные къ вертикальной плоскости проэкцій перемѣнятся въ плоскости касательныя къ симъ поверхностямъ, проведенныя, по обѣ стороны оныхъ, перпендикулярно къ вертикальной плоскости; а по тому производящія касанія сихъ плоскостей отдѣлятъ на цилиндрѣ и конусѣ видимую часть отъ невидимой въ вертикальной проэкціи, и вертикальныя проэкціи сихъ производящихъ будутъ предѣлами вертикальныхъ проэкцій цилиндра и конуса.

Такимъ же образомъ производящія касанія къ цилиндру и къ конусу плоскостей, лежащихъ по обѣ стороны сихъ поверхностей, перпендикулярныхъ къ горизонтальной плоскости проэкцій, отдѣлятъ на сихъ поверхностяхъ видимую часть отъ невидимой относительно къ сей плоскости; а по тому горизонтальныя проэкціи сихъ производящихъ касанія будутъ предѣлами горизонтальныхъ проэкцій цилиндра и конуса.

191) Когда предложена поверхность вращенія, тогда представляются слѣдующія обстоятельства: 1) цилиндръ обертывающій оную перпендикулярно къ вертикальной плоскости проэкцій будетъ имѣть кривою касанія главную плоскую производящую сей поверхности; 2) цилиндръ обертывающій оную перпендикулярно къ горизонтальной плоскости проэкцій, обертетъ поверхность вращенія въ ея наибольшемъ горизонтальномъ кругѣ.

Изъ сего видно, что главная плоская производящая раздѣлитъ поверхность вращенія на двѣ части, изъ которыхъ ближайшая къ вертикальной плоскости проэкціи будетъ не видна, а другая видна, относительно къ вертикальной плоскости проэкцій, а по тому вертикальная проэкція главной плоской производящей будетъ ограничивать вертикальную проэкцію самой поверхности вращенія.

Такимъ же образомъ наибольшiй горизонтальный кругъ поверхности вращенiя раздѣлитъ оную на двѣ части, изъ которыхъ ближайшая къ горизонтальной плоскости проэкцiй будетъ видна, а другая не видна, и горизонтальная проэкцiя сего наибольшаго круга будетъ предѣльною линiею горизонтальной проэкцiи поверхности вращенiя (*).

192) Въ заключенiи сей статьи предложимъ рѣшенiя двухъ вопросовъ: 1) о построенiи точки касанiя плоскости, содержащей данную производящую косаго цилиндра, не прибѣгая къ вспомогательной косой плоскости, касательной въ сей производящей, и 2) о построенiи касательной къ кривой, плоской или двоякой кривизны, чрезъ данную на оной точку.

А) Построить точку касанiя плоскости, содержащей данную производящую косаго цилиндра.

Положимъ, для большей ясности, что данная плоскость означена чрезъ T, а данная производящая чрезъ G. Замѣтимъ, что сiя плоскость T пресѣкаетъ двѣ системы производящихъ, лежащихъ по обѣ стороны производящей G, въ точкахъ двухъ системъ, составляющихъ одну и ту же кривую, и что сiя кривая встрѣчаетъ производящую G въ искомой точкѣ касанiя данной касательной плоскости T. Для постиженiя изложеннаго свойства назовемъ M сiю точку касанiя; m, m', m''.... точки одной, n, n', n''... точки другой системъ, лежащихъ по обѣ стороны производящей G. Плоскость касательна къ поверхности, когда оная содержитъ въ себѣ касательныя къ двумъ сѣченiямъ поверхности, пресѣкающимся въ точкѣ касанiя; но точка M будетъ пресѣченiемъ прямой, которая сама будетъ своею касательною, съ единственною кривою, составленною двумя рядами точекъ: $(m, m', m'' \ldots)$, $(n, n', n'' \ldots)$; слѣдовательно плоскость T, содержащая сiю кривую и всѣ ея касательныя, равно какъ и прямую G, будетъ касаться къ поверхности въ точкѣ пресѣченiя M данной производящей и сей вспомогательной кривой (**).

(*) Сказанное нами относительно къ представленiю цилиндра, конуса и поверхности вращенiя, горизонтальною и вертикальною проэкцiями, согласно съ изложеннымъ въ статьѣ: *О представленiи поверхностей относительно къ плоскостямъ проэкцiй,* помѣщенной въ Основанiяхъ Начертательной Геометрiи (§ 161 — 167), изданныхъ мною въ 1821 году. Строенiе, употребленное для разрѣшенiя вопроса о видимыхъ и невидимыхъ частяхъ поверхностей, основывается на началахъ перспективы, а по тому здѣсь и объяснено построенiемъ видимаго обмѣра.

(**) Изложенное рѣшенiе можетъ быть употреблено и для тѣхъ косыхъ поверхностей, которыя не имѣютъ плоскости параллелизма. Выгода онаго состоитъ въ томъ, что не нужно строить касательныхъ къ кривымъ линiямъ.

B) Построить касательную къ кривой, изъ данной на оной точки.

1) Для разрѣшенія сего вопроса покажемъ, предварительно, опредѣленіе касательной плоскости къ данному цилиндру, не зависимо отъ теоріи касательныхъ.

Положимъ, для ясности изложенія, что G представляетъ производящую даннаго цилиндра, соотвѣтствующую данной на ономъ точкѣ для проведенія касательной плоскости. Представимъ себѣ существованіе точки L, въ которой сія производящая G встрѣчаетъ какую ни есть направляющую сего цилиндра. Положимъ, что D будетъ одною изъ прямыхъ, въ искомой касательной плоскости проходящихъ чрезъ точку L. Естьли опредѣлимъ сію прямую, то опредѣлимъ, посредствомъ оной и производящей G, и искомую касательную плоскость. Пусть x будетъ угломъ, который составляютъ между собою искомая прямая D и производящая G.

Прямая D подлежитъ, во первыхъ, условіямъ, по которымъ: a) проходитъ чрезъ точку L; и b) съ производящею G составляетъ уголъ x, впрочемъ произвольный; а по тому будетъ производящею прямаго конуса, котораго осью будетъ производящая G, а уголъ—производитель коего равняется углу x. Сей конусъ составитъ первую вспомогательную поверхность.

Прямая D подлежитъ, во вторыхъ, условіямъ, по которымъ; a) встрѣчаетъ производящую G, b) составляетъ съ оною уголъ x, и c) встрѣчаетъ направляющую цилиндра; а по тому будетъ производящею косой поверхности, производимой движеніемъ прямой, постоянно встрѣчающей производящую G цилиндра и его направляющую, и при томъ подъ угломъ къ производящей, равнымъ углу x. Сія косая поверхность будетъ второю вспомогательною поверхностію.

Изъ сего слѣдуетъ, что искомая прямая D опредѣлится прямою пресѣченія сихъ двухъ вспомогательныхъ поверхностей: прямаго конуса, и косой поверхности (*).

(*) Замѣтимъ, что для построенія прямой пресѣченія двухъ вспомогательныхъ поверхностей, проводятъ чрезъ точку пресѣченія направляющей съ производящею цилиндра, протянутою чрезъ данную точку, плоскость перпендикулярную къ сей производящей. Строятъ линіи пресѣченія сей плоскости съ двумя вспомогательными поверхностями. Съ конусомъ линія пресѣченія будетъ кругъ, а съ косою поверхностію— извѣстная кривая, составленная общими точками сей плоскости и ея производящимъ. Строятъ точку встрѣчи линій пресѣченія. Кругъ пресѣчетъ кривую въ двухъ точкахъ. Получатъ двѣ прямыя пресѣченія двухъ вспомогательныхъ поверхностей, соединивъ сіи точки пресѣченія съ вершиною конуса. Сіи прямыя и будутъ находиться въ искомой касательной плоскости, содержащей принятую въ разсужденіе производящую цилиндра.

2) Кривая, данная для проведенія къ оной касательной изъ данной на оной точки можетъ быть плоская, и двояко-кривая.

Въ случаѣ плоской кривой, принявъ оную за направляющую цилиндра, котораго производящія имѣютъ произвольное положеніе, строятъ къ сему цилиндру, чрезъ данную точку на кривой, касательную плоскость, какъ предъ симъ показано. Строятъ прямую пресѣченія сей касательной плоскости съ плоскостію данной кривой; сія прямая будетъ искомою касательною.

Въ случаѣ двояко-кривой линіи принимаютъ оную, послѣдовательно, за направляющую двухъ вспомогательныхъ цилиндровъ, которыхъ производящія имѣютъ произвольное положеніе. Къ каждому изъ сихъ двухъ цилиндровъ строятъ, чрезъ данную точку, касательную плоскость, какъ предъ симъ показано. Прямая пресѣченія сихъ двухъ касательныхъ плоскостей будетъ искомою касательною къ предложенной кривой. (*Основ. Начерт. Геомет. издан.* 1821 *года, стрн.* 104, § 118).



ЗАМѢЧЕННЫЯ ОПЕЧАТКИ.

Стрн.		Стрк.	*Напечатано:*	*Должно читать:*
22	—	7 съ низу	*(c)*	*(i)*
23	—	7 съ низу	*(g)*	*(e)*
24.	—	8	на цилиндрѣ *(f)*	на поверхности вращенія *(f)*
—	—	19	$(g''s'', g''s'')$	$(q''s'', q''s'')$
28	—	18	$Dva^2z'x'v'A$	$Dy'a^2z'x'v'A$
46	—	14	приводятъ	проводятъ
134	—	13	Черт. XXIII	Черт. XXIV.

Въ Основаніяхъ Начертательной Геометріи, изд. въ 1821 году *Стрн.* 79. *Стрк.* 11 съ низу, и *Стрн.* 81, *стрк.* 15, вмѣсто *параллельна,* должно читать *не параллельна;* и *стрн.* 79, *стрк.* 6 съ низу, *Стрн.* 81, *стрк.* 14 съ низу, вмѣсто *параллельныхъ,* должно читать *непараллельныхъ.*

